

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

۱) ده توپ داریم که روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۱۰ (هر عدد دقیقاً روی یک توپ) نوشته شده است. همه ی توپ‌ها را به دل‌خواه خود داخل تعدادی سطل می‌ریزیم و سپس روی هر سطل، جمع اعداد توپ‌های درونش را می‌نویسیم. با در نظر گرفتن همه ی حالات توزیع توپ‌ها، مجموعه ی اعداد نوشته‌شده روی سطل‌ها می‌تواند برابر چندتا از ۴ مجموعه ی زیر باشد؟

• {۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳}

• {۱، ۲، ۳، ۱۰، ۲۰، ۲۰}

• {۵، ۱۲، ۱۷، ۲۱}

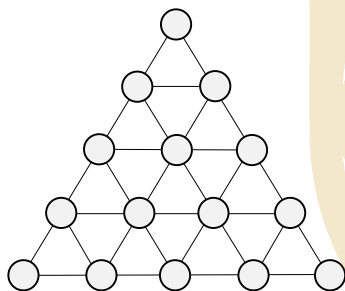
• {۵، ۵، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰}

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

### باشگاه المپیاد طلایی‌ها

۲) ۱۵ گل‌دان خالی را در یک ردیف چیده ایم. می‌خواهیم درون دقیقاً ۴ تا از گل‌دان‌ها گل بگذاریم، طوری که بین هر دو گل‌دان پر حداقل دو گل‌دان خالی وجود داشته باشد. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

الف) ۸۴ (ب) ۱۲۶ (ج) ۳۵ (د) ۱۴۰ (ه) ۱۳۶۵

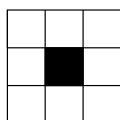


۳) شکل مقابل از ۱۵ توپ و ۳۰ میله تشکیل شده که هر میله دو توپ را به هم وصل می‌کند و هر توپ به ۲، ۴ یا ۶ توپ دیگر وصل است. حداقل چند توپ را باید حذف کنیم به طوری که هر یک از توپ‌های باقی‌مانده حداکثر به دو توپ دیگر وصل باشد؟ دقت کنید وقتی یک توپ را حذف کنیم، میله‌هایی که یک سرشان این توپ باشد نیز حذف می‌شوند.

الف) ۸ (ب) ۵ (ج) ۴ (د) ۶ (ه) ۳

۴) علی می‌خواهد تعدادی عدد از چپ به راست بنویسد که با ۱ شروع و با ۲۰ تمام شود و شامل اعداد ۵ یا ۱۰ نباشد. هم‌چنین به جز ۱، هر عدد یا یکی بیشتر از عدد قبلی خود (عددی که درست سمت چپ آن نوشته شده) باشد، یا دو برابر آن. او به چند روش مختلف می‌تواند این کار را انجام دهد؟

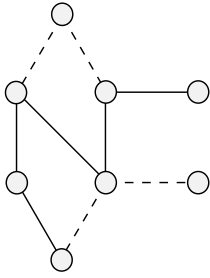
الف) ۱۰ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۴ (ه) ۸



۵) به چند طریق می‌توان خانه‌های یک جدول  $5 \times 3$  را با دو رنگ سیاه و سفید رنگ‌آمیزی کرد به نحوی که شکل سمت چپ در آن یافت نشود؟ این شکل شامل یک خانه ی سیاه و هشت خانه ی سفید مجاور آن است.

الف) ۳۲۵۷۷ (ب) ۳۲۶۴۱ (ج) ۳۲۷۶۹ (د) ۳۲۷۶۸ (ه) ۳۲۵۷۶

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور



(۶) می‌خواهیم توپ‌های شکل مقابل را با رنگ‌های سبز، زرد و قرمز رنگ‌آمیزی کنیم، به‌طوری که هر دو توپی که با خط ممتد به هم وصل شده‌اند رنگ متفاوت داشته باشند، و هر دو توپی که با خط چین به هم وصل شده‌اند هم‌رنگ باشند. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد؟

۳ (هـ)

۱۲ (د)

۱۸ (ج)

۹ (ب)

۶ (الف)

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ۱  | ۵  | -۲ | ۴  |
| ۲  | ۳  | ۰  | ۵  |
| ۴  | -۱ | ۴  | ۲  |
| -۱ | ۲  | ۵  | -۴ |

ورودی نمونه

|   |    |    |   |
|---|----|----|---|
| ۷ | ۲  | ۹  | ۳ |
| ۸ | ۶  | ۱۰ | ۶ |
| ۰ | ۱۳ | ۶  | ۵ |
| ۶ | ۳  | ۲  | ۷ |

خروجی نمونه

(۷) دستگاهی داریم که یک جدول  $4 \times 4$  را که در هر خانه‌ی آن عددی صحیح نوشته شده به عنوان ورودی می‌گیرد، و در خروجی یک جدول  $4 \times 4$  تحویل می‌دهد که مقدار خانه‌ی  $(i, j)$  از آن برابر است با مجموع خانه‌های مجاور  $(i, j)$  در جدول ورودی. دو خانه مجاور هستند اگر ضلع مشترک داشته باشند. به عنوان مثال با توجه به شکل مقابل اگر ورودی نمونه را به دستگاه بدهیم، خروجی نمونه را تحویل خواهیم گرفت. محمد یک جدول به ورودی دستگاه داده که ما آن را ندیده‌ایم، ولی می‌دانیم دستگاه جدول خروجی اصلی (شکل مقابل) را در خروجی تحویل داده است. جمع اعداد نوشته شده در ۱۶ خانه‌ی جدولی که محمد به ورودی دستگاه داده چیست؟

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| ۸  | -۴ | -۵ | ۲  |
| ۲  | ۰  | ۱  | -۷ |
| -۳ | ۵  | ۹  | ۵  |
| ۶  | ۰  | ۳  | ۹  |

خروجی اصلی

۷ (هـ)

۶ (د)

۸ (ج)

۹ (ب)

۱۰ (الف)

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

کشور « $k$ -منگولیا»  $2^k$  شهر دارد که با شماره های  $0$  تا  $2^k - 1$  نام گذاری شده اند. در این کشور بعضی از جفت شهرها با جاده به هم وصل هستند. برای این که بدانیم دو شهر با شماره های  $x$  و  $y$  با یک جاده به هم وصل هستند یا خیر، ابتدا دو عدد  $x$  و  $y$  را در مبنای  $2$  می نویسیم. اگر هر یک از دو عدد حاصل کم تر از  $k$  رقم داشت، تعداد مناسبی  $0$  به سمت چپ آن اضافه می کنیم تا هر دوی آن ها  $k$  رقمی شوند. نهایتاً شهرهای  $x$  و  $y$  با یک جاده به هم متصل هستند اگر و تنها اگر دو عدد به دست آمده دقیقاً در یکی از  $k$  رقم با هم متفاوت بودند. مثلاً در کشور  $4$ -منگولیا، بین شهرهای  $1$  و  $9$  جاده ی مستقیم وجود دارد چرا که  $2(1001)$  و  $2(1001)$  تنها در رقم سمت چپ با هم تفاوت دارند، ولی شهرهای  $2$  و  $9$  جاده ی مستقیم ندارند چرا که  $2(0010)$  و  $2(1001)$  در سه رقم متفاوت هستند.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیح بالا به چهار سوال زیر پاسخ دهید: \_\_\_\_\_

۸) در کشور  $4$ -منگولیا می خواهیم به هر شهر یک رنگ اختصاص دهیم طوری که هیچ دو شهر مجاوری (که با جاده ی مستقیم متصل شده اند) هم رنگ نباشند. حداقل چند رنگ مختلف نیاز داریم؟

الف) ۲ (ب) ۱۶ (ج) ۸ (د) ۳ (ه) ۴

۹) حداقل با چند رنگ می توانیم به هر یک از جاده های کشور  $7$ -منگولیا رنگی اختصاص دهیم، که به هیچ شهری دو جاده ی هم رنگ متصل نباشند؟

الف) ۸ (ب) ۲۷ (ج) ۷ (د) ۵ (ه) ۶

۱۰) در کشور  $10$ -منگولیا حداقل چند جاده را باید گُل کاری کنیم طوری که به هر شهر حداقل یک جاده ی گُل کاری شده متصل باشد؟

الف) ۲۱۰ (ب) ۱۱ (ج) ۱۰ (د) ۲۹ (ه) ۹

۱۱) در کشور  $11$ -منگولیا حداقل چند شهر را باید چراغانی کنیم طوری که دست کم یکی از دو شهر متصل به هر جاده چراغانی باشد؟

الف) ۲۹ (ب) ۱۰ (ج) ۱۱ (د) ۹ (ه) ۲۱۰

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

|   | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۳ | ۱ |   | ۳ |
| ۲ | ۳ |   | ۲ |   |
| ۳ |   | ۱ |   | ۳ |
| ۴ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ |

یک جدول  $16 \times 16$  را در نظر بگیرید که سطرها و ستونهای آن به ترتیب شماره های ۱ تا ۱۶ گرفته اند. هر خانه می تواند خالی باشد یا درون آن یک سکه قرار گرفته باشد. روی هر سکه یک شماره بین ۱ تا ۱۶ نوشته شده است، اما از هر شماره حداکثر ۱۶ سکه در جدول وجود دارد. در شکل روبه رو مثالی از یک جدول  $4 \times 4$  با ۱۱ سکه دیده می شود. توجه کنید که برای سادگی، دو شکل اول برای جدول  $4 \times 4$  رسم شده اند. اما هر سه سوال را باید بر اساس جدول  $16 \times 16$  پاسخ دهید.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید: \_\_\_\_\_

۱۲) در یک سطر دلخواه، حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته شده بر روی آن ها برابر باشد؟ (در مثال بالا این عدد ۲ است)

۱۶ (هـ)

۴ (د)

۲ (ج)

۱ (ب)

۸ (الف)

### باشگاه المپیاد طلایی ها

|   | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |   |
| ۲ | ۱ |   | ۱ |   |
| ۳ | ۱ | ۱ | ۱ |   |
| ۴ | ۱ | ۱ |   |   |

۱۳) فرض کنید که تمام سکه های این جدول را برمی داریم و بر اساس عدد نوشته شده بر روی آن ها به صورتی که در شکل نشان داده شده است به صورت مرتب می چینیم. در این نحوه مرتب سازی سکه ها از خانه ی (۱, ۱) تا (۱۶, ۱۶) مطابق شکل دنبال هم فرض می شوند (توجه کنید سکه ی واقع در (۱, ۲) پس از سکه ی واقع در (۱۶, ۱) فرض می شود. منظور از (۱, ۲) خانه ی سطر ۱ و ستون ۲ است.) با این مرتب سازی، سکه هایی که عددشان برابر است پشت سر هم قرار می گیرند.

پس از انجام این مرتب سازی، در یک سطر دلخواه حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته شده بر روی آن ها برابر باشد؟ (در جدول مثال اولیه، این عدد ۱ است)

۴ (هـ)

۲ (د)

۷ (ج)

۸ (ب)

۱ (الف)

|   | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |   |
| ۲ | ۱ |   | ۱ |   |
| ۳ | ۱ | ۱ | ۱ |   |
| ۴ | ۱ | ۱ |   |   |

۱۴) فرض کنید که جدول اولیه را مطابق شکل زیر به ۱۶ جدول هر یک به اندازه ی  $4 \times 4$  تقسیم می کنیم. اگر سکه های موجود در هر یک این جدول های کوچک تر  $4 \times 4$  را (مستقل از بقیه ی جدول ها) مطابق مسئله ی قبل درون خود آن جدول ها مرتب کنیم، حال در یک سطر دلخواه، حداکثر چند سکه ممکن است وجود داشته باشد که عدد نوشته شده بر روی آن ها برابر باشد؟

۸ (هـ)

۷ (د)

۱ (ج)

۴ (ب)

۲ (الف)

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

دستگاه «ایکس-ار» (XOR) دو عدد می گیرد و یک عدد برمی گرداند. این دستگاه ابتدا دو عدد ورودی را به مبنای ۲ می برد و با افزودن تعداد مناسبی صفر به سمت چپ عدد کوتاه تر، تعداد رقم های آن دو عدد را برابر می کند. سپس عدد دوم را زیر عدد اول (در دو سطر، شبیه وقتی که بخواهیم آن ها را جمع کنیم) می نویسد به صورتی که رقم  $i$  ام عدد اول بالای رقم  $i$  ام عدد دوم قرار بگیرد. حال هر دو رقم را که در یک ستون قرار دارند مقایسه می کند: اگر مساوی بودند زیر آن ها و در سطر سوم یک رقم ۰ می نویسد، و در صورتی که یکسان نبودند زیر آن ها رقم ۱ می گذارد. در انتها با تبدیل عدد دودویی نوشته شده در سطر سوم از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ و تحویل آن در خروجی، کار پایان می یابد. مثلاً اگر به دستگاه اعداد ۵ و ۱۲ را بدهیم، دستگاه با تبدیل آن ها به مبنای دو، عددهای  $(۰۱۰۱)_2$  و  $(۱۱۰۰)_2$  را تولید کرده در دو سطر می نویسد و با توجه به آن ها عدد  $(۱۰۰۱)_2$  در سطر سوم درج خواهد شد و لذا دستگاه عدد ۹ را به عنوان خروجی برمی گرداند.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید: \_\_\_\_\_

۱۵) علی ۳۱ کارت با شماره های ۱ تا ۳۱ دارد. او هر بار یک جفت کارت را که مجموع شماره ی آن ها برابر ۳۲ است انتخاب و شماره ی آن دو کارت را به ورودی دستگاه می دهد. اگر علی این کار را برای تمامی زوج کارت هایی که مجموع شماره شان ۳۲ است انجام دهد، بزرگترین عددی که در خروجی دستگاه XOR ظاهر می شود چقدر است؟

الف) ۳۰ (ب) ۹۳۰ (ج) ۲۹ (د) ۳۱ (ه) ۳۲

۱۶) برنامه ی زیر چه عددی را چاپ خواهد کرد؟

۱)  $s$  را برابر ۰ قرار بده.

۲) برای  $i$  از ۱ تا ۱۳۹۰، دو دستور زیر را اجرا کن:

۱.۲) اعداد  $i$  و  $i+1$  را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در  $x$  قرار بده.

۲.۲) اعداد  $x$  و  $s$  را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در  $s$  قرار بده.

۳) مقدار  $s$  را چاپ کن.

الف) ۱۳۹۱ (ب) ۱۳۹۲ (ج) ۱۳۹۰ (د) ۰ (ه) ۱

۱۷) برنامه ی زیر چه عددی را چاپ خواهد کرد؟

۱)  $s$  را برابر ۰ قرار بده.

۲) برای  $i$  از ۱ تا ۹۰، دو دستور زیر را اجرا کن:

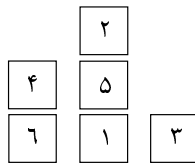
۱.۲) اعداد  $i$  و  $i+1$  را به ورودی دستگاه بده و عدد خروجی را در  $x$  قرار بده.

۲.۲) مقدار  $s+x$  را در  $s$  قرار بده.

۳) مقدار  $s$  را چاپ کن.

الف) ۹۰ (ب) ۱ (ج) ۵۶۴ (د) ۲۰۲۵ (ه) ۵۶۵

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور



۶ مکعب با شماره‌های ۱ تا ۶ و یک میز در اختیار داریم. هر مکعب را می‌توانیم یا به صورت مستقل روی میز بگذاریم یا دقیقاً روی یک مکعب دیگر. به تعدادی از مکعب‌ها که از پایین به بالا روی هم قرار گرفته‌اند یک برج می‌گوییم. برای مثال در شکل مقابل،  $(1, 5, 2)$  به ترتیب یک برج می‌سازند. یک «وضعیت»، یک نحوه‌ی شکل‌گیری برج‌هاست. جای برج‌ها نسبت به هم اهمیتی ندارد و فقط این مهم است که هر مکعب روی کدام مکعب (یا روی میز) است. مثلاً در شکل اگر جای برج  $(4, 6)$  با برج تکی  $(3)$  عوض شود، وضعیت جدیدی را نمی‌سازد؛ اما اگر جای  $4$  با  $6$  عوض شود یک وضعیت جدید داریم.

با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۸) ۶ مکعب چند وضعیت شامل دقیقاً دو برج می‌توانند داشته باشند؟ چند وضعیت شامل دقیقاً سه برج؟

الف)  $1800$  و  $960$  (ب)  $1800$  و  $1200$  (ج)  $44640$  و  $522720$  (د)  $2160$  و  $1560$  (ه)  $2160$  و  $2160$

۱۹) یک «حرکت»، شامل برداشتن بالاترین مکعب از یک برج و قرار دادن آن بر روی بالاترین مکعب برجی دیگر از مکعب‌ها یا روی میز است. (این دو کار با هم «یک» حرکت هستند.) مثلاً در شکل بالا می‌توان با یک حرکت  $2$  را روی  $3$  یا روی  $4$  و یا حتی روی میز قرار داد.

با حداقل چند حرکت می‌توان وضعیت شکل بالا را تبدیل به وضعیت تک-برج با اعداد صعودی  $1$  تا  $6$  از پایین به بالا (یعنی تنها یک برج  $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$ ) کرد؟ حداقل چند حرکت برای تبدیل وضعیت بالا به تک-برج نزولی از پایین به بالا (یعنی  $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$ ) لازم است؟

الف)  $5$  صعودی،  $6$  نزولی (ب)  $6$  صعودی،  $6$  نزولی (ج)  $6$  صعودی،  $7$  نزولی (د)  $7$  صعودی،  $7$  نزولی (ه)  $7$  صعودی،  $6$  نزولی

۲۰) حداقل میزان  $K$  چه قدر باید باشد که مطمئن باشیم با حداکثر  $K$  حرکت هر وضعیت آغازینی از  $6$  مکعب را می‌توانیم به هر وضعیت دیگری که از ما خواسته می‌شود، تبدیل کنیم؟

الف)  $6$  (ب)  $10$  (ج)  $7$  (د)  $12$  (ه)  $11$

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

در بین شهرهای یک کشور، راه های خاکی و آسفالت کشیده شده اند. همه ی راه ها یک طرفه اند و ممکن است یک راه که از یک شهر خارج می شود به شهر دیگری وارد شود، یا آن که راه به صورت یک حلقه باشد و به همان شهر مبدا وارد شود. می دانیم که از هر شهر دقیقاً یک راه خاکی و یک راه آسفالت خارج می شود، هم چنین امکان دارد هر دو راه خاکی و آسفالت خارج شده از یک شهر، به یک شهر یکسان وارد شوند.

هر شهر یا استقلالی است یا پرسپولیسی. لیلی ساکن شهر پایتخت کشور است و می خواهد با گرفتن یک «مسیر» که به صورت رشته ای از حرف های «خ» (مخفف خاکی) و «آ» (مخفف آسفالت) مشخص می شود، با شروع از پایتخت به ترتیب راه های مشخص شده در مسیر را پییماید و به مقصد برسد. مثلاً اگر مسیر او «خ آخ آ» باشد، ابتدا راه خاکی خارج شده از پایتخت را طی کرده به شهر بعدی می رود (اگر آن راه خاکی حلقه باشد مجدداً به پایتخت می رسد)، سپس راه آسفالت خارج شده از شهر دوم را طی کرده به شهر سوم می رود و در ادامه با پیمودن یک راه خاکی و یک راه آسفالت به مقصد می رسد. بر این اساس به سه سوال زیر پاسخ دهید. توجه کنید که مفروضات هر سوال متفاوت است، یعنی هر سوال کشور جداگانه ای را با شرایط ذکر شده توصیف می کند.

با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۲۱) فرض کنید وضعیت راه های کشور طوری است که برای هر مسیر که تعداد «خ» های آن زوج است، مقصد لیلی یک شهر استقلالی، و در غیر این صورت مقصد وی پرسپولیسی باشد. مثلاً مقصد مسیر «خ آ آ آ» استقلالی و مقصد «خ آخ آخ» پرسپولیسی است. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۲      ب) ۵      ج) ۴      د) ۶      ه) ۳

۲۲) فرض کنید مقصد مسیرهایی استقلالی است که تعداد «خ» های آن مضرب بی از ۱۳۸۹ باشد، و در غیر این صورت مقصد پرسپولیسی باشد. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۶۹۴      ب) ۱۳۸۹      ج) ۲۷۷۸      د) ۱۳۸۸      ه) ۱۳۹۰

۲۳) فرض کنید مقصد مسیر تنها و تنها وقتی استقلالی باشد که مسیر دقیقاً ۲۰ راه خاکی متوالی (بدون راه آسفالت)، و یا دقیقاً ۱۰ راه آسفالت متوالی (بدون راه خاکی) باشد. این کشور حداقل چند شهر دارد؟

الف) ۳۳      ب) ۳۱      ج) ۳۰      د) ۳۲      ه) ۲۹

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

کف یک سالن به صورت جدول  $3 \times 3$  و یا  $4 \times 4$  از موزاییک‌هایی پوشیده شده که روی هریک از آن‌ها عدد ۰ و یا ۱ نوشته شده است. پنج روبات داریم که یکی از آن‌ها دروغ‌گو و سایرین راست‌گو هستند.

ابتدا روبات دل‌خواهی را روی یکی از موزاییک‌ها (به دل‌خواه) می‌گذاریم و آن را روشن می‌کنیم. روبات هر بار عدد موزاییکی را که روی آن قرار دارد اعلام می‌کند و سپس به یکی از موزاییک‌های مجاور (که با آن ضلع مشترکی دارند) می‌رود. مسیر حرکت روبات توسط خودش تعیین می‌شود اما طوری حرکت می‌کند که روی هر موزاییک دقیقاً یک بار قرار گیرد و پس از اعلام عدد همه‌ی موزاییک‌ها متوقف می‌شود. همین فرایند را برای روبات‌های دیگر، یکی پس از دیگری، انجام می‌دهیم.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیح بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید: \_\_\_\_\_

(۲۴) ابتدا در یک سالن  $3 \times 3$  فرایند بالا را انجام داده و عددهای اعلام شده توسط هر روبات را به ترتیب (از چپ به راست) در پنج گزینه‌ی زیر آورده‌ایم. می‌دانیم روبات‌های راست‌گو هم‌واره عدد نوشته شده روی موزاییک‌ها را به درستی اعلام می‌کنند، اما روبات دروغ‌گو عدد حداقل یک موزاییک را نادرست می‌گوید. کدام گزینه مربوط به روبات دروغ‌گو می‌باشد؟

(ب) ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۰ ۰ ۱

(د) ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۰

(الف) ۱ ۰ ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۰ ۱

(ج) ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱

(ه) ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۰ ۰

(۲۵) فرایند سوال قبل را در یک سالن  $4 \times 4$  اجرا کرده‌ایم. این بار کدام گزینه، اعداد اعلام شده توسط روبات دروغ‌گو است؟

(ب) ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱

(د) ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱

(الف) ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۰ ۰ ۱ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

(ج) ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱

(ه) ۱ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱

(۲۶) فرایند سوال قبل را در یک سالن  $4 \times 4$  دیگر اجرا کرده‌ایم. این بار کدام گزینه، اعداد اعلام شده توسط روبات دروغ‌گو است؟

(ب) ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰

(د) ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰

(الف) ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱

(ج) ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

(ه) ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱

## مرحله ی اول بیستمین المپیاد کامپیوتر کشور

برنامه ی زیر را در نظر بگیرید:

۱: عدد  $X$  را از ورودی بگیر.

۲: مقدار عدد  $Y$  را برابر صفر قرار بده.

۳: باقی مانده ی تقسیم عدد  $X$  بر ۲ را  $B$  بگیر.

۴: مقدار  $Y$  را برابر  $2 \times Y + B$  قرار بده. (مثلاً اگر  $Y$  مساوی ۵ و  $B$  برابر ۱ است، مقدار  $Y$  برابر ۱۱ خواهد شد).

۵: مقدار  $X$  را برابر خارج قسمت تقسیم خودش بر ۲ قرار بده. (مثلاً اگر  $X$  برابر ۱۳ بود، مقدار  $X$  به ۶ تغییر خواهد یافت).

۶: اگر  $X$  بزرگتر از صفر است، به مرحله ۳ برو. در غیر این صورت به مرحله ۷ برو.

۷: مقدار  $Y$  را به عنوان خروجی برگردان.

۸: پایان

می بینیم اگر مقدار ۱۲ را به عنوان ورودی  $X$  بدهیم، خروجی برنامه برابر ۳ خواهد بود.

با توجه به توضیح بالا به چهار سوال زیر پاسخ دهید:

۲۷) فرض می کنیم اگر عدد ورودی  $X$  را در مبنای دو بنویسیم به صورت  $X'$  (متشکل از ۰ و ۱) خواهد بود و اگر خروجی برنامه را در مبنای دو بنویسیم به صورت  $Y'$  خواهد بود.  $Y'$  همواره چه نسبتی با  $X'$  دارد؟

الف) تعداد «یک»های رشته ی  $X'$  است.

ب) تعداد «صفر»های رشته ی  $X'$  است.

ج) زیررشته ای از  $X'$  است با حذف تعدادی از ارقام مبنای دوی  $X'$ .

د) مقسوم علیه ای از  $X'$  است.

ه) برعکس شده (متقارن)  $X'$  است با حذف صفرهای سمت چپ.

۲۸) اگر ورودی برنامه مقدار  $X$  باشد، خروجی متناظر آن را  $R(X)$  می نامیم؛ مثلاً طبق آنچه گفته شد مقدار  $R(۱۲)$  برابر ۳ است. مقدار  $R(۴۴۴)$  کدام گزینه است؟

الف) ۱۱۱      ب) ۵۵      ج) ۵۹      د) ۵۷      ه) ۱۲۳

۲۹) عدد  $A$  را زیبا می نامیم اگر  $R(A) > A$  باشد. مثلاً عدد ۱۱ یک عدد زیبا است چرا که  $R(۱۱) = ۱۳$  و  $۱۳ > ۱۱$  است. اما عدد ۱۲ یا عدد ۷ زیبا نیستند. چند عضو از مجموعه ی  $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۶۳\}$  زیبا هستند؟

الف) ۵      ب) ۱۲      ج) ۹      د) ۸      ه) ۱۳

۳۰) چند تا از اعداد بین  $۲^{۱۲}$  تا  $۲^{۱۳}$  (شامل خود این دو عدد) زیبا هستند؟

الف) ۴۹۶      ب) ۹۹۲      ج) ۵۲۸      د) ۲۰۱۶      ه) ۱۰۵۶