

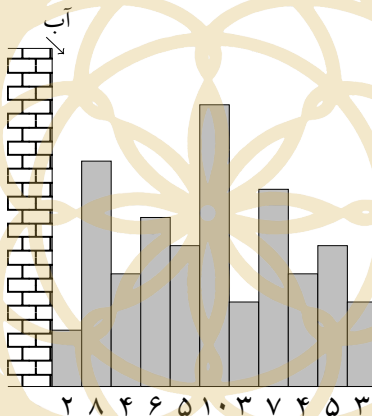
مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۲ تا ۲۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ شش برادر می‌خواهند از بین خودشان یکی را برای خرید نان انتخاب کنند. آن‌ها از برادر بزرگ‌تر می‌خواهند که یک تاس بیندازد و شماره‌ی هر کسی آمد نان بخرد. اگر تاس، شماره‌ی مربوط به برادر بزرگ‌تر را نشان داد، او بهانه می‌آورد و دوباره تاس را می‌اندازد. در صورت انداختن تاس برای بار دوم، هر نتیجه‌ای که آمد اجرا می‌شود. احتمال این که برادر کوچک‌تر نان بگیرد به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- ۰/۱۵۰ (۱) ۰/۲۰۰ (۲) ۰/۱۳۸ (۳) ۰/۱۶۶ (۴) ۰/۱۹۴ (۵)

۲ شهر تورقوزآباد در ارتفاع زیر سطح دریا قرار دارد و یک سد جلوی غرق شدن شهر را گرفته است. این شهر دوبردی تعدادی ساختمان دارد که به دنبال هم و بدون فاصله هستند. از بالای سد در لحظه‌ی صفر، آب سرریز می‌شود و با سرعت یک مترمربع در دقیقه روی ساختمان اول (چپ‌ترین ساختمان) می‌ریزد. عرض همه‌ی ساختمان‌ها یک متر و ارتفاع آن‌ها (به متر) زیر هر ساختمان در شکل نوشته شده است. آخرین دقیقه‌ای که سقف ساختمان آخر خشک می‌ماند چیست؟



- ۱۴ (۱) ۳۸ (۲) ۴۶ (۳) ۳۰ (۴) ۱۸ (۵)

۳ ایلیا رمز موبایلش را فراموش کرده است. او به یاد دارد رمزش یک عدد چهار رقمی بوده که رقم‌های صفر و پنج ندارد. همچنین او یادش هست هر دو رقم مجاور رمزش یا یکسان هستند و یا روی صفحه‌ی کلید موبایلش که در شکل پایین نشان داده شده، مجاور هم هستند. دو کلید مجاورند، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. ایلیا قصد دارد رمزش را با آزمون و خطا پیدا کند و سوالات این است که رمزش چند حالت ممکن دارد؟

۱	۲	۳
۴	۵	۶
۷	۸	۹
*	۰	#

- ۲۱۶ (۱) ۱۸۹ (۲) ۲۴۳ (۳) ۱۰۸ (۴) ۸۱ (۵)

۴ الگوریتم زیر را در نظر بگیرید:

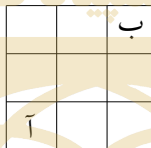
۱. به ازای i از ۱ تا ۱۰ این کار را انجام بده:

آ. به احتمال $\frac{1}{4}$ مقدار متغیر x را برابر i قرار بده.

به چه احتمالی در انتهای الگوریتم x برابر با ۵ است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{15200}$ (۴) $\frac{1}{120}$ (۵) $\frac{1}{5}$

۵ در جدول نشان داده شده در شکل زیر، دو خانه مجاور هستند اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. مهدی می‌خواهد از خانه‌ی «آ» به خانه‌ی «ب» برود. او از هر خانه می‌تواند به هر کدام از خانه‌های مجاورش برود. ناصر می‌خواهد راه او را با گذاشتن مانع در بعضی خانه‌ها ببندد. اگر در خانه‌ای مانع قرار داشته باشد، مهدی دیگر نمی‌تواند به آن خانه برود. ناصر به چند روش می‌تواند راه مهدی را ببندد؟ توجه کنید در خانه‌ی «آ» و «ب» نمی‌توان مانع قرار داد.

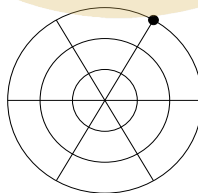


- (۱) ۴۹ (۲) ۶۹ (۳) ۱۲۷ (۴) ۷۷ (۵) ۶۳

۶ ۷ لامپ در یک ردیف به صورت سری به هم وصل شده‌اند. می‌دانیم دقیقاً دو تا از لامپ‌ها خراب هستند و به همین خاطر هیچ‌کدام روشن نمی‌شوند. برای پیدا کردن لامپ‌های خراب، در هر آزمون می‌توانیم دو سرسیم برق را به دو سر یک زیربازه از لامپ‌ها (شامل یک یا چند لامپ) وصل کنیم. اگر همه‌ی لامپ‌های درون این بازه سالم باشند همه روشن می‌شوند و اگر حداقل یکی از این لامپ‌ها خراب باشد، هیچ‌کدام روشن نمی‌شوند. با حداقل چند آزمون می‌توان هر دو لامپ خراب را پیدا کرد؟

- (۱) ۷ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (۵) ۵

۷ سلسایدر (سلطان عنکبوت‌ها) لانه‌ای به شکل زیر دارد:



سستی یک نقطه از تار عنکبوت، فاصله‌ی هندسی آن از مرکز لانه تعریف می‌شود. سلسایدر ابتدا در نقطه‌ی مشخص شده (در شکل بالا) قرار دارد. او شروع به حرکت روی تارهای لانه می‌کند تا به مرکز لانه برسد. عنکبوت در طی مسیر هر نقطه‌ی لانه را حداکثر یک بار می‌بیند. هم‌چنین سستی نقاط در حین مسیر نباید در هیچ لحظه‌ای زیاد شود. چند مسیر مختلف برای سلسایدر تا رسیدن به مرکز لانه وجود دارد؟

- (۱) ۱۵۸۴ (۲) ۱۷۲۸ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۳۳۱ (۵) ۲۱۶

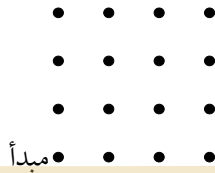
مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

۸

در شکل زیر هر کدام از نقطه‌ها، نشان‌دهنده‌ی یک شهر هستند. می‌خواهیم تعدادی جاده‌ی یک‌طرفه بین این شهرها احداث کنیم. جاده‌ها دو نوع هستند:

- جاده‌هایی که از یک شهر به اولین شهر سمت راستی آن کشیده می‌شوند.
- جاده‌هایی که از یک شهر به اولین شهر بالایی آن احداث می‌شوند.

به چند طریق می‌توانیم تعدادی جاده احداث کنیم، طوری که از شهر مبدأ به هر شهر دیگر دقیقاً یک مسیر وجود داشته باشد؟



۳۲۷۶۸ (۵)

۷۲۹ (۴)

۴۲ (۳)

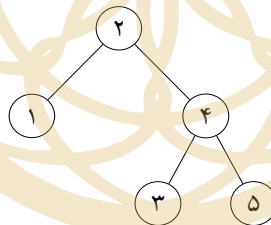
۵۱۲ (۲)

۷۰ (۱)

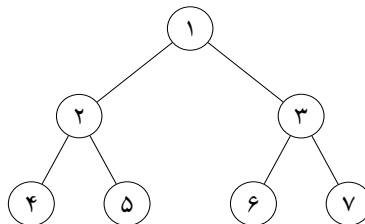
۹ **درخت جست‌وجوی دودویی** یک درخت ریشه‌دار n رأسی با ویژگی‌های زیر است:

- رأس‌ها با اعداد ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند.
- هر رأس حداکثر دو فرزند دارد که یکی ریشه‌ی زیردرخت سمت چپ و دیگری، ریشه‌ی زیردرخت سمت راست است.
- به ازای هر رأس، شماره‌های تمام رأس‌های زیردرخت سمت چپ آن (در صورت وجود) از شماره‌ی خودش کوچک‌تر و شماره‌ی تمام رأس‌های زیردرخت سمت راست آن (در صورت وجود) از شماره‌ی خودش بزرگ‌تر است.

برای مثال، یک درخت جست‌وجوی دودویی در زیر کشیده‌ایم:



درخت زیر را در نظر بگیرید. در هر مرحله می‌توانیم یک یال در نظر گرفته و شماره‌ی دو رأس آن را جابه‌جا کنیم. کمینه‌ی تعداد مراحل لازم را بیابید، طوری که بتوانیم شکل را به یک درخت جست‌وجوی دودویی تبدیل کنیم.



۸ (۵)

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۱۰ یک مکعب $3 \times 3 \times 3$ داریم. می‌خواهیم تعدادی آجر به ابعاد $2 \times 2 \times 1$ در آن بگذاریم، طوری که آجرها از مکعب بیرون نزنند. استفاده از حالات مختلف چرخش آجرها نیز مجاز است، به صورتی که اضلاع آجرها موازی اضلاع مکعب باشد. به عبارت دیگر می‌توانیم آجرها را در هر سه حالت $2 \times 2 \times 1$ ، $2 \times 1 \times 2$ و $1 \times 2 \times 2$ قرار دهیم. حداکثر چند آجر می‌توانیم درون مکعب جای دهیم؟

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵)

۱۱ یک جدول 8×2 داریم. دو خانه را مجاور گوئیم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. می‌خواهیم تعدادی مهمان دعوت کنیم تا در خانه‌های جدول قرار گیرند. خبردار شده‌ایم ممکن است میان مهمان‌ها دزد یا دزدهایی موجود باشند؛ به همین دلیل می‌خواهیم در برخی از خانه‌ها به جای مهمان، نگهبان قرار دهیم. اگر دزدی مجاور دست‌کم یکی از نگهبانان باشد، شناسایی خواهد شد. حداقل چند خانه را باید با نگهبان پر کنیم تا در هر حالتی وجود یا عدم وجود دزد در جدول تشخیص داده شود؟

- ۵ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶ (۵)

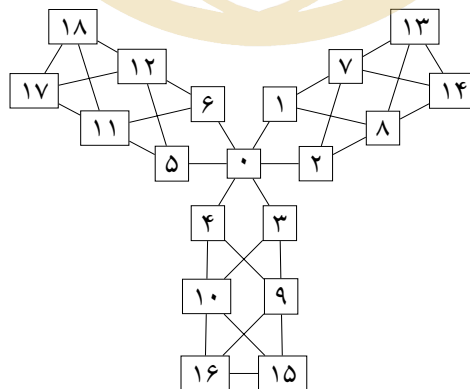
شما می‌خواهید از موزه‌ی لوور بازدید کنید. با توجه به پیچیدگی نقشه‌ی موزه، به این صورت عمل می‌کنیم: ابتدا در سالن ورودی که با شماره‌ی صفر نشان داده شده است، نقشه و راهنمای صوتی را دریافت می‌کنیم. در هر مرحله، اگر اشیاء سالنی که در آن هستیم را قبلاً ندیده باشیم، از آن‌ها بازدید می‌کنیم. سپس

- اگر از دست‌کم یکی از سالن‌های مجاور بازدید نکرده باشیم، به سالنی که کم‌ترین شماره را دارد و آن را بازدید نکرده‌ایم می‌رویم.
- اگر از همه‌ی سالن‌های مجاور بازدید کرده باشیم، به سالنی برمی‌گردیم که برای اولین بار از آن‌جا به این سالن آمده‌ایم.

حضور در سالنی که قبلاً در آن رفته‌ایم، بازدید محسوب نمی‌شود.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید

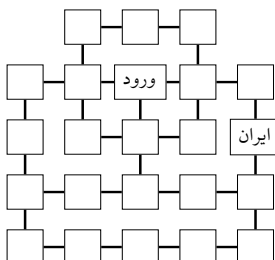
۱۲ اگر نقشه‌ی موزه به شکل زیر باشد، ۱۵ امین سالنی که بازدید می‌کنیم، کدام سالن است؟ توجه کنید سالن صفر چیزی برای بازدید کردن ندارد.



- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۱۵ (۵)

۱۳

فرض کنید نقشه‌ی موزه به شکل زیر است و ژان-لوک رئیس موزه‌ی لوور می‌خواهد سالن‌ها را طوری شماره‌گذاری کند که شما در زمان دیرتری به سالن ایران برسید. اگر ژان-لوک نهایت تلاش خودش را انجام دهد، شما سالن ایران را به عنوان چندمین سالن بازدید می‌کنید؟ توجه کنید سالن ورود یا همان سالن صفر چیزی برای بازدید ندارد.



۲۰ (۵)

۱۷ (۴)

۲۱ (۳)

۳ (۲)

۲۲ (۱)

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

لیگلی دنباله‌ای دارد که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$L_1 = 1$$

• به ازای هر عدد طبیعی $n \geq 1$ داریم $L_{2n} = 2L_n$

• به ازای هر عدد طبیعی $n \geq 1$ داریم $L_{2n+1} = L_{2n} - 1$

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید

مقدار L_{2047} را بیابید.

۱ (۵)

۳ (۴)

۲۰۴۷ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۰۲۳ (۱)

مجموع مقادیر L_1 تا L_{255} را بیابید.

۱۱۰۵۰ (۵)

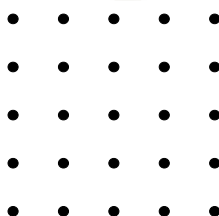
۳۲۷۶۸ (۴)

۵۰۲ (۳)

۲۲۱۰۰ (۲)

۲۱۸۴۵ (۱)

شبکه‌ی نقاط زیر را در نظر بگیرید:



یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین را **سلطانی** گوئیم، اگر رأس‌های آن منطبق بر نقاط بالا بوده و اضلاع قائمه‌ی آن افقی و عمودی باشند. در ابتدا تعدادی از نقاط بالا سبز شده‌اند. **سوگلی** در هر مرحله یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی سلطانی انتخاب می‌کند، طوری که دقیقاً دو رأس آن سبز باشند (لزومی ندارد این دو رأس، دو سر وتر باشند)؛ سپس رأس سوم را نیز سبز می‌کند. او آن قدر این کار را انجام می‌دهد تا دیگر نتوان نقطه‌ی جدیدی را سبز کرد.

مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید _____

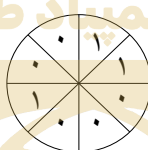
۱۶ حداقل چند خانه در ابتدا باید سبز باشند تا این امکان وجود داشته باشد که پس از انجام مراحل، تمام نقاط به رنگ سبز در آیند؟

- ۲ (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱۶ (۵)

۱۷ حداکثر چند خانه در ابتدا می‌توانند سبز باشند، طوری که در انتها دست‌کم یک نقطه‌ی غیر سبز باقی بماند؟

- ۲۰ (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۲۴ (۵)

ملازمین (جمع مملی!) موجوداتی عجیب هستند. DNA هر مملی از هشت بیت (رقم ۰ یا ۱) تشکیل شده است که دور یک دایره قرار گرفته‌اند. برای مثال شکل زیر مثالی از DNA یک مملی است:



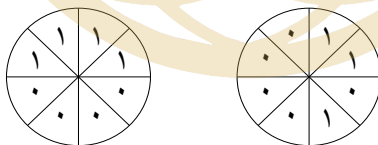
دو مملی را همسان گوییم، اگر بتوان DNA یکی را چرخاند تا به دیگری تبدیل شود. عمل XOR روی دو بیت را با علامت $\oplus$ نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$0 \oplus 0 = 0, \quad 0 \oplus 1 = 1, \quad 1 \oplus 0 = 1, \quad 1 \oplus 1 = 0$$

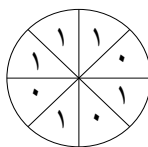
عمل تولید مثل توسط دو مملی مانند M_1 و M_2 به صورت زیر انجام می‌شود:

مملی M_1 دایره‌ی DNA اش را به مقداری دلخواه می‌چرخاند و روی دایره‌ی DNA مملی M_2 می‌اندازد. سپس بیت‌های هر دو خانه‌ی روی هم XOR گرفته شده و در خانه‌ی متناظر مملی فرزند نوشته می‌شوند.

برای مثال دو مملی زیر را در نظر بگیرید که می‌خواهند تولید مثل کنند:



فرض کنید مملی سمت راست یک واحد در جهت ساعت‌گرد بچرخد و سپس عمل XOR و تولید مثل انجام شود. در نتیجه یک مملی با DNA زیر به وجود می‌آید:



مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

مملی‌هایی که تولید مثل می‌کنند، از بین نرفته و زنده می‌مانند. هم‌چنین برای عمل تولید مثل بین دو مملی هیچ محدودیتی نیست؛ به عبارت دیگر هر دو مملی (حتی همسان) می‌توانند تولید مثل کنند.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید _____

۱۸ کمینه‌ی تعداد مملی‌های اولیه را بیابید، طوری که با استفاده از آن‌ها بتوانیم تعدادی مملی بسازیم که تمام DNAهای ممکن را داشته باشند.

- ۳ (۱) ۱۶ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶ (۵)

۱۹ فرض کنید در ابتدا فقط دو مملی داریم که DNA هر دو به شکل زیر است:



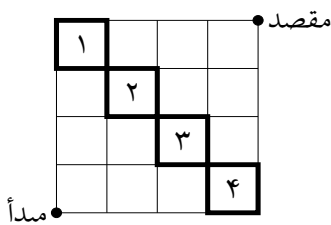
حداقل چند عمل تولید مثل باید انجام شود تا یک مملی با DNA زیر ساخته شود؟

- ۵ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵)

۲۰ دو خانه را مجاور گوئیم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. یک مملی را خوشگل گوئیم، اگر در DNA خود هیچ دو خانه‌ی مجاور شامل بیت ۱ نداشته باشد. چند مملی خوشگل دو به دو غیر همسان وجود دارد؟

- ۷ (۱) ۳۴ (۲) ۲۱ (۳) ۸ (۴) ۹ (۵)

در جدول 4×4 زیر، یک دزد می‌خواهد از نقطه‌ی مبدأ به نقطه‌ی مقصد برود. دزد فقط می‌تواند روی پاره‌خط‌ها و تنها در جهت‌های بالا و راست حرکت کند. سرعت حرکت دزد، ثابت و یک واحد بر ثانیه است. به غیر از دزد، روی محیط هر کدام از چهار خانه‌ی که با شماره‌های ۱ تا ۴ نشان داده شده‌اند، یک پلیس قرار دارد. پلیس هر خانه نیز با سرعت ثابت یک واحد بر ثانیه و در جهت پادساعت‌گرد روی محیط آن خانه حرکت می‌کند. اگر در یک لحظه دزد با یکی از پلیس‌ها روی یک نقطه باشد (چه در وسط پاره‌خط‌ها و چه در انتهای پاره‌خط‌ها) دست‌گیر می‌شود.



مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید

۲۱ اگر پلیس هر خانه ابتدا در رأس پایین راست آن باشد، دزد به چند طریق می‌تواند از مبدأ به مقصد برود؟

- ۰ (۱) ۱۵ (۲) ۳۵ (۳) ۱ (۴) ۸ (۵)

۲۲ اگر پلیس هر خانه ابتدا در رأس بالا چپ آن باشد، دزد به چند طریق می‌تواند از مبدأ به مقصد برود؟

- ۱ (۱) ۳۵ (۲) ۰ (۳) ۱۵ (۴) ۸ (۵)

۲۳ اگر پلیس هر خانه ابتدا در رأس پایین چپ آن باشد، دزد به چند طریق می‌تواند از مبدأ به مقصد برود؟

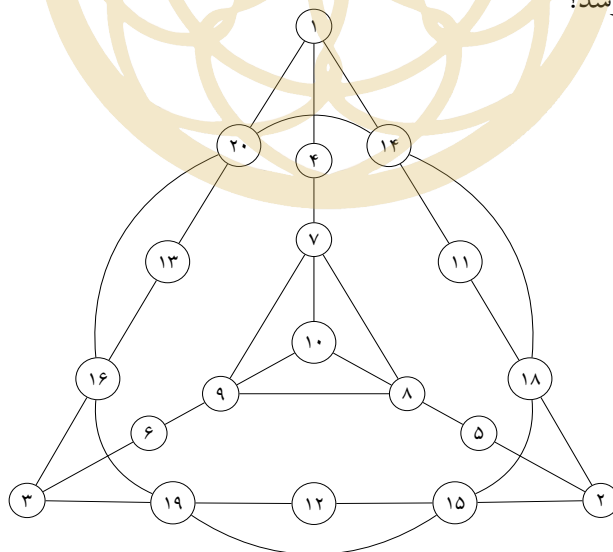
- ۳۵ (۱) ۰ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱ (۵)

گروهی از افراد با هم قرار گذاشته‌اند که رأس هر ساعت هر کدام خبرهایی که در ساعت قبل دریافت کرده است برای همه‌ی دوستان خود بفرستند. در یک شبکه‌ی دوستی، هر فرد با یک دایره نشان داده می‌شوند و اگر دو نفر با هم دوست باشند، دایره‌های آن‌ها به هم وصل می‌شوند. شکل زیر یک شبکه‌ی دوستی با سه نفر را نشان می‌دهد. در این شبکه اگر ابتدا نفر ۱ خبر جدیدی را دریافت کند، نفر ۲ پس از یک ساعت و نفر ۳ پس از دو ساعت از آن خبر مطلع می‌شود؛ در حالی که اگر نفر ۲ اولین کسی باشد که خبر را دریافت می‌کند، پس از یک ساعت همه از خبر مطلع می‌شوند.



با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید

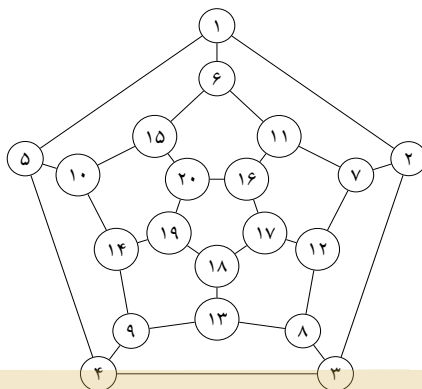
۲۴ یک شبکه‌ی دوستی در شکل زیر آمده است. در این شبکه، یک خبر جدید را ابتدا به چه کسی بدهیم تا در کم‌ترین زمان ممکن خبر به همه برسد؟



- ۱۰ (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۴ (۵)

مرحله‌ی یکم بیست و نهمین المپیاد کامپیوتر کشور

۲۵ در شبکه‌ی دوستی زیر، یک خبر جدید را به کدام دو نفر بدهیم تا در کم‌ترین زمان ممکن خبر به همه برسد؟



١٩ و ٧ (٥)

۵ و ۲ (۴

۱۲ و ۵ (۳)

۱۹ و ۱۷ (۲)

(۱) ۴ و ۱۶

