

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست.

«علم نبینا»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۳۹۸

سی اُمین دوره المپیاد کامپیوتر

صبح - ساعت: ۰۹:۰۰

کد دفترچه: ۱

تعداد سؤالات	مدت آزمون (دقیقه)
۲۵	۱۵۰

شماره صندلی:

نام خانوادگی:

نام:

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

- ۱- کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد. توجه داشته باشید کد دفترچه سؤالات شما که در زیر هر یک از صفحه های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است، یکی باشد.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه برگه های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگ پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.
- ۴- برگه پاسخنامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۵- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
- ۶- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ماشین حساب و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۷- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۸- داوطلبان نمی توانند دفترچه سؤالات را با خود ببرند. (دفترچه باید همراه پاسخنامه تحویل داده شود.)
- ۹- خبرگاه المپیاد کامپیوتر: noi.ir می باشد.

- زمان آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ نامه کنید.
- سوالات ۱۴ تا ۲۵ در دسته های چند سوالی آمده اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ پیراهن سلطان هفت دکمه دارد که به ترتیب از بالا به پایین با ۱ تا ۷ شماره گذاری شده اند. منظور از دو دکمه ی مجاور، دو دکمه با اختلاف شماره ی ۱ است. یک دکمه را قفل گوئیم، اگر دکمه ی مجاور باز نداشته باشد. در ابتدا تمام دکمه ها باز هستند. سلطان در هر مرحله می تواند یکی از دکمه های غیر قفل خود را ببندد. سلطان به چند ترتیب مختلف می تواند کارش را انجام دهد و به وضعیتی برسد که تمام دکمه ها بسته باشند؟

۶۴ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۰ (۵)

۲ یک جدول 3×3 داریم. می خواهیم هر خانه از جدول به جز خانه ی بالا-راست را با قرمز یا آبی رنگ کنیم. پس از رنگ آمیزی، متحرکی از خانه ی پایین-چپ جدول آغاز می کند و در هر مرحله، اگر در خانه ی آبی باشد یک واحد به راست و در غیر این صورت یک واحد به بالا می رود (ممکن است متحرک از جدول خارج شود). به چند طریق می توان خانه های جدول را رنگ کرد، طوری که متحرک پس از تعدادی گام به خانه ی بالا-راست برسد؟

۳۲۰ (۱) ۶ (۲) ۹۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۶ (۵)

۳ سیستم عاملی می خواهد دو برنامه ی زیر را با هم اجرا کند ولی تنها یک پردازنده در اختیار دارد؛ بنابراین در هر مرحله یکی از برنامه ها را انتخاب کرده و نخستین خط اجرا نشده ی آن را اجرا می کند. پیش از شروع اجرای دو برنامه، مقدار متغیر a برابر صفر است. در چند ترتیب مختلف از اجرای خطوط دو برنامه، مقدار متغیر a در انتها برابر دو خواهد شد؟

برنامه ی اول:

برنامه ی دوم:

۱. مقدار متغیر a را در متغیر b بریز.
۲. به مقدار متغیر b یک واحد اضافه کن.
۳. مقدار متغیر b را در متغیر a بریز.
۱. مقدار متغیر a را در متغیر c بریز.
۲. به مقدار متغیر c یک واحد اضافه کن.
۳. مقدار متغیر c را در متغیر a بریز.

۲ (۱) ۰ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱ (۵)

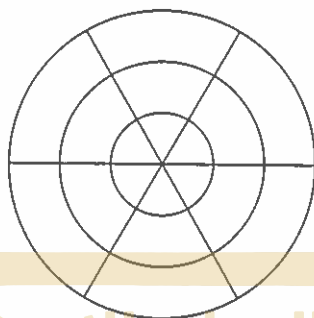
۴ منظور از رشته، کلمه ای با حروف a, b, c است. هر گاه رشته ی X از تعدادی (حداقل یک) حرف متوالی رشته ی Y به دست آید، گوئیم X زیررشته ی Y است. برای مثال aab یک زیررشته از $caabca$ است، در حالی که aba زیررشته ی آن نیست. یک رشته را مختلف النامبر گوئیم، هر گاه تعداد a ها، تعداد b ها و تعداد c ها در آن دویبه دو متفاوت باشند. برای مثال aab مختلف النامبر است، اما $aacc$ مختلف النامبر نیست. چند رشته ی ۱۰۰ حرفی وجود دارد که زیررشته ی مختلف النامبر نداشته باشد؟

۹ (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸ (۵)

۵ شکل زیر از سه لایه و شش قطاع تشکیل شده است که ۱۸ خانه ی متفاوت ساخته‌اند. می‌خواهیم خانه‌ها را با اعداد ۱ تا ۱۸ شماره‌گذاری کنیم، طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

- هیچ لایه‌ای نداشته باشیم که ضرب اعداد خانه‌های آن بر ۲۶ یا ۳۹ بخش‌پذیر باشد.
- ضرب اعداد هر قطاع بر ۶ بخش‌پذیر باشد.

به چند طریق این کار ممکن است؟



باشگاه المپیاد طلایی‌ها

$$(۱) \quad ۰ \quad (۲) \quad ۶(۳!) \times ۲^۶ \times (۶!)^۳ \quad (۳) \quad ۳ \times (۶!)^۳ \quad (۴) \quad ۲^۶ \times (۶!)^۳ \quad (۵) \quad ۳ \times ۲^۶ \times (۶!)^۳$$

۶ مهدی می‌خواهد خانه‌های یک جدول ۳×۳ را با اعداد صحیح ۰ تا ۴ پر کند، طوری که عدد هر خانه برابر با باقی‌مانده‌ی جمع اعداد همسایه‌هایش در تقسیم بر ۵ باشد (دو خانه همسایه هستند، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند). در ابتدا مرتضی یک عدد صحیح x از ۰ تا ۴ انتخاب می‌کند و آن را در هر چهار خانه‌ی گوشه‌ی جدول قرار می‌دهد. مهدی چند راه برای پر کردن پنج خانه‌ی خالی جدول دارد؟

$$(۱) \quad ۳۱۲۵ \quad (۲) \quad \text{تعداد راه‌ها وابسته به } x \text{ است.} \quad (۳) \quad ۱ \quad (۴) \quad ۲۵ \quad (۵) \quad ۵$$

۷ جدول زیر را در نظر بگیرید. به خانه‌های شامل دایره‌ی تو خالی، مولد می‌گوییم. می‌خواهیم، از خانه‌ی «آ» به خانه‌ی «ب» برسیم. ما مجاز به حرکت در چهار جهت اصلی هستیم، با این شرط که اگر بخواهیم در جهتی حرکت کنیم، باید در پشت سر خانه‌ی کنونی (بلافاصله یا با فاصله) خانه‌ی مولدی قرار داشته باشد. به طور مثال حرکت اول حتماً به سمت راست است. چند راه برای رفتن از خانه‌ی «آ» به خانه‌ی «ب» وجود دارد، طوری که هر خانه را حداکثر یک بار ببینیم؟

				○	
	○	آ			
					○
○			ب		
					○
	○				

$$(۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۱ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴) \quad ۰ \quad (۵) \quad ۳$$

۸ سعید و حسام یک بازی فکری را سه دست انجام می‌دهند و در نهایت کسی برنده می‌شود که حداقل دو دست بازی را برده باشد. در هر دست، احتمال برد حسام a و احتمال برد سعید $1 - a$ است. احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی p در نظر بگیرید. حال فرض کنید این دو نفر، دو دست از بازی را انجام داده‌اند و سعید، دقیقاً یک دست را برده باشد؛ احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی با شرایط جدید p' در نظر بگیرید. شرط لازم و کافی برای این که $p' > p$ باشد، چیست؟

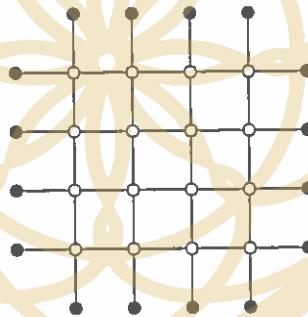
- (۱) $a < 1/5$ (۲) $a < 1/2$ (۳) $a < 2/3$ (۴) هیچ‌کدام (۵) $a < 1/3$

۹ در شکل زیر به هر یک از ۱۰ نقطه‌ی مشخص شده یک رأس می‌گوییم. دو رأس را مجاور گوییم، اگر با یک پاره‌خط مستقیم به هم وصل باشند. به چند طریق می‌توان رأس‌ها را با قرمز، آبی و سبز رنگ کرد، طوری که هر دو رأس مجاور، ناهم‌رنگ باشند؟ الزامی به استفاده از هر سه رنگ نیست.



- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۹۶ (۴) ۰ (۵) ۴۸

۱۰ در ابتدا در هر نقطه‌ی توپُر از شکل زیر یک متحرک قرار دارد. آن‌ها قرار است طبق الگوریتمی مشخص حرکت کنند. سرعت حرکت متحرک‌ها برابر و ثابت است. هم‌چنین همگی از لحظه‌ی یکسانی شروع به حرکت می‌کنند. پس از آغاز فرآیند، هر متحرک به محض این که به یک نقطه‌ی توپُر برسد، می‌ایستد.



به ازای کدام موارد از الگوریتم‌های زیر، پس از ایستادن تمام متحرک‌ها، در هر نقطه‌ی توپُر یک متحرک وجود خواهد داشت؟

- الگوریتم (آ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر نقطه‌ی توخالی به راست می‌پیچد و به حرکت ادامه می‌دهد.
- الگوریتم (ب): هر متحرک هنگام رسیدن به اولین نقطه‌ی توخالی به راست می‌پیچد، هنگام رسیدن به دومین نقطه‌ی توخالی به چپ می‌پیچد و همین طور یک در میان با چرخش به راست و چپ ادامه می‌دهد.
- الگوریتم (پ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر خانه‌ی توخالی، اگر در آن لحظه متحرک دیگری را نیز در همان نقطه ببیند، به سمت راست می‌پیچد؛ در غیر این صورت مستقیم می‌رود.

- (۱) آ و ب (۲) آ و ب (۳) هر سه مورد (۴) هیچ‌کدام (۵) آ

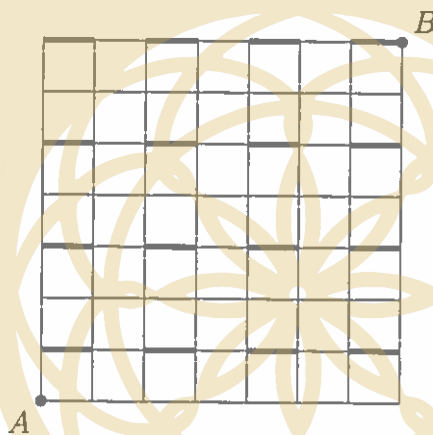
۱۱ مهری رخ در بازی شطرنج، خانه‌های هم‌سطر و هم‌ستون خود را تهدید می‌کند. می‌خواهیم در برخی از خانه‌های یک صفحه شطرنج 8×8 مهری رخ قرار دهیم، طوری که هر مهره، حداکثر یک مهری دیگر را تهدید کند. حداکثر چند مهره می‌توانیم بگذاریم؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۹ (۴) ۸ (۵)

۱۲ مهری وزیر در بازی شطرنج، خانه‌های هم‌سطر، هم‌ستون و هم‌قطر خود را تهدید می‌کند. همان مسئله‌ی قبل را حل کنید، با این تفاوت که این بار به جای مهره‌های رخ می‌خواهیم از مهره‌های وزیر استفاده کنیم.

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵ (۵)

۱۳ سلطان در ابتدا در نقطه‌ی A از شکل زیر قرار دارد و کلاهش روی سرش است. او هر مرحله می‌تواند با حرکت روی خطوط، یک واحد به راست یا یک واحد به بالا برود. سلطان به هنگام گذر از پاره‌خط‌های پررنگ، وضعیت کلاه روی سرش را تغییر می‌دهد؛ یعنی اگر کلاه روی سرش باشد آن را برمی‌دارد و در غیر این صورت آن را روی سرش می‌گذارد. سلطان به چند طریق می‌تواند با تعدادی گام به نقطه‌ی B برسد، طوری که در نقطه‌ی B کلاه روی سرش باشد؟



- (۱) $\binom{12}{6}$ (۲) $\binom{13}{6}$ (۳) $\binom{10}{5} \times 4$ (۴) $\frac{\binom{12}{6}}{2}$ (۵) $\binom{12}{6} \times 2$

فرض کنید دنباله‌ای از اعداد طبیعی داریم. در هر مرحله می‌توانیم دو عدد متوالی از دنباله انتخاب کرده، یکی از آن‌ها را یک واحد افزایش و دیگری را یک واحد کاهش دهیم (پس از انجام مرحله، اعداد دنباله باید مثبت بمانند). به این عمل ارتودنسی می‌گوییم! برای مثال دنباله‌ی $(1, 3, 5, 2, 4)$ با یک عمل ارتودنسی می‌تواند به $(1, 3, 6, 1, 4)$ تبدیل شود. به یک دنباله صاف و صوف می‌گوییم، اگر تمام اعضای آن ۳ باشند.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۴ کدام یک از دنباله‌های زیر، با تعداد کم‌تری عمل ارتودنسی می‌تواند صاف و صوف شوند؟

- (۱) $(3, 1, 3, 5, 3)$ (۲) $(2, 5, 1, 4, 3)$ (۳) $(1, 2, 3, 4, 5)$ (۴) $(3, 2, 2, 4, 4)$ (۵) $(2, 3, 3, 3, 4)$

۱۵ چند دنباله‌ی پنج عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که می‌توانند با تعدادی مرحله، صاف و صوف شوند؟

- ۳۱۲۵ (۱) ۳۰۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۳ (۴) ۱۰۰۱ (۵)

۱۶ فرض کنید تعدادی عمل ارتودنسی روی دنباله‌ای انجام شود. گوییم یک عدد در دنباله در حین مراحل زخمی

شده است، اگر دست کم یک بار افزایش و دست کم یک بار کاهش یافته باشد. چند جایگشت از اعداد ۱ تا ۵ را می‌توان با تعدادی عمل ارتودنسی صاف و صوف کرد، طوری که هیچ عددی در حین مراحل زخمی نشود؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) ۱۲۰ (۵)

منظور از بیت، رقم ۰ یا ۱ است. اعمال $\vee$ ، $\wedge$ و $\oplus$ روی بیت‌ها مطابق جدول زیر تعریف می‌شوند:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \oplus q$
۰	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۰

بوجی پلکانی به شکل زیر دارد:

a_1						
•	a_2					
	•	a_3				
•		•	a_4			
	•		•	a_5		
•		•	•	•	a_6	
	•		•		•	a_7

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۷ بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_7 یک بیت می‌گذارد. سپس مقدار هر خانه‌ی دیگر مانند C برابر حاصل

عمل $\oplus$ روی خانه‌های بالا و راست C خواهد شد. بوجی به چند طریق می‌تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانه‌ی پایین-چپ پلکان برابر ۱ شود؟ در این مسئله نقاط داخل خانه‌ها تأثیری ندارند.

- ۰ (۱) ۶۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱۲۶ (۵)

۱۸ بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_v یک بیت می‌گذارد. سپس مقدار هر خانه‌ی دیگر مانند C به صورت زیر مشخص می‌شود:

- اگر C نقطه داشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل ۸ روی خانه‌های بالا و راست C خواهد شد.
 - اگر C نقطه نداشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل ۷ روی خانه‌های بالا و راست C خواهد شد.
- بوجی به چند طریق می‌تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانه‌ی پایین-چپ پلکان برابر ۱ شود؟

۱ (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۶ (۳) ۱۶ (۴) ۴۸ (۵)

۱۹ همان مسئله‌ی قبل را حل کنید، با این تفاوت که عملکرد خانه‌های نقطه‌دار و بدون نقطه جابه‌جا شود؛ یعنی مقدار هر خانه‌ی نقطه‌دار با عمل ۷ و مقدار هر خانه‌ی بدون نقطه با عمل ۸ به دست آید.

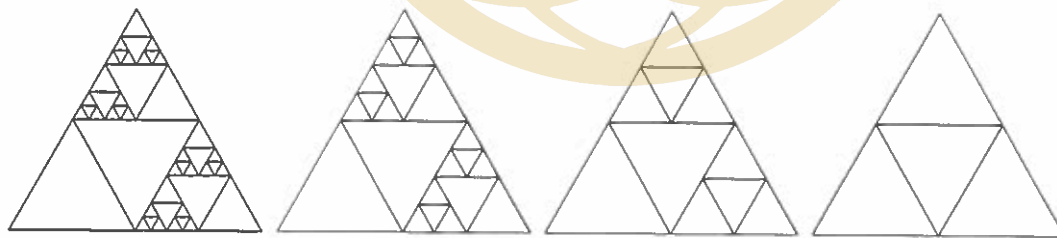
۸۰ (۱) ۴۸ (۲) ۶۴ (۳) ۱ (۴) ۱۶ (۵)

مثال‌های شکلی است که مرحله به مرحله تکمیل می‌شود. مثال‌های در مرحله‌ی صفرم از یک مثلث متساوی‌الاضلاع بزرگ تشکیل شده است که به چهار مثلث متساوی‌الاضلاع کوچک‌تر و هم‌اندازه تقسیم شده است. به یک مثلث کال گوئیم، اگر داخل آن کاملاً خالی باشد. مثلی را که دقیقاً شامل چهار مثلث کال باشد، جوان می‌گوئیم. در هر مرحله تمام مثلث‌های جوان را در نظر می‌گیریم و عملیات زیر را بر روی هر کدام از آنها انجام می‌دهیم:

چهار مثلث کال داخل را مثلث‌های بالا، وسط، پایین‌راست و پایین‌چپ می‌نامیم. دو تا از این چهار مثلث، به چهار مثلث کوچک‌تر تقسیم می‌شوند که انتخاب مثلث‌ها بستگی به باقی‌مانده‌ی شماره‌ی مرحله به سه دارد:

- اگر باقی‌مانده برابر یک باشد، مثلث پایین‌راست و مثلث بالا را تقسیم می‌کنیم.
- اگر باقی‌مانده برابر دو باشد، مثلث پایین‌چپ و مثلث بالا را تقسیم می‌کنیم.
- اگر باقی‌مانده برابر صفر باشد، مثلث پایین‌راست و مثلث پایین‌چپ را تقسیم می‌کنیم.

سه مرحله‌ی اول در شکل زیر نشان داده شده است:



با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۲۰ پس از مرحله‌ی n ام، چند مثلث کال وجود دارد؟

۲ (۱) $3 \times 2^{i+1} - 2$ (۲) $2^{i+1} + 2$ (۳) $3^{i+1} + 1$ (۴) $2 \times 3^{i+1} - 2$ (۵)

۲۱ به یک نقطه در صفحه تیز گوییم، اگر رأس دست کم یکی از مثلث‌های شکل باشد (نه لزوماً مثلث‌های کال). پس از مرحله‌ی ۱۴م، تعداد نقاط تیز چند تاست؟

(۱) $3 \times 2^{i+1}$ (۲) $2 \times 3^{i+2} - 4$ (۳) 6^{i+1} (۴) $2 \times 3^{i+1}$ (۵) $2 + 3^{i+1}$

۲۲ به یک خط افقی در صفحه مشغول گوییم، اگر شامل حداقل یک نقطه‌ی تیز باشد. لزومی ندارد این خط در مثلثال رسم شده باشد. پس از مرحله‌ی ۱۶م، تعداد خط‌های افقی مشغول در صفحه چیست؟

(۱) ۶۳ (۲) ۵۳ (۳) ۱۲۸ (۴) ۷۹ (۵) ۵۰

پشته یکی از داده‌ساختارهای پرکاربرد در علوم کامپیوتر است که دنباله‌ای از عناصر را ذخیره می‌کند. تغییرات در عناصر پشته فقط از دو نوع می‌تواند باشد:

- یک عضو به انتهای پشته اضافه شود.
- یک عضو از انتهای پشته حذف شود.

برای مثال فرض کنید پشته‌ای به صورت $\langle 1, 4, 3 \rangle$ باشد. با اضافه کردن عضوی با مقدار ۷ به انتها، پشته به صورت $\langle 1, 4, 3, 7 \rangle$ خواهد شد. همچنین اگر از انتهای پشته‌ی $\langle 3, 10, 2 \rangle$ یک عنصر را حذف کنیم، پشته به صورت $\langle 2, 10 \rangle$ خواهد شد.

اکنون می‌خواهیم یکی از روش‌های ذخیره‌سازی پشته در کامپیوتر را شرح دهیم. در این روش، عمل‌های زیر را می‌توان انجام داد:

- عمل ساختن پشته: با دستور $create(S)$ پشته‌ای با نام S ساخته می‌شود و یک خانه در حافظه به آن اختصاص پیدا می‌کند که در ابتدا این خانه مقداری ندارد. اجرای این عمل یک واحد زمان مصرف می‌کند.

$S \square$

- عمل اضافه کردن به پشته: با دستور $push(S, x)$ مقدار x به انتهای پشته‌ی S اضافه می‌شود. دو حالت داریم:

– حافظه‌ی مربوط به S دارای خانه‌ی خالی باشد؛ در این صورت عدد x در نخستین خانه‌ی خالی حافظه‌ی مربوط به پشته‌ی S قرار می‌گیرد. برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $push(S, 6)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

$S \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 & 3 & & & \end{bmatrix}$ $S \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 & 3 & 6 & & \end{bmatrix}$

اجرای عمل بالا یک واحد زمان مصرف می‌کند.

– حافظه‌ی مربوط به S دارای خانه‌ی خالی نباشد؛ در این صورت جایی جدید از حافظه با دو برابر تعداد خانه‌های حافظه‌ی فعلی به S اختصاص داده شده و سپس عمل اضافه کردن انجام می‌شود. برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $push(S, 10)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست خواهد آمد:

$S \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 & 2 & & & & \end{bmatrix}$ $S \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 & 2 & 10 & & & \end{bmatrix}$

مرحله ی یکم سی امین المپیاد کامپیوتر کشور

اجرای چنین عملی به اندازه ی تعداد خانه های حافظه ی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف می کند. برای نمونه، در مثال بالا ۸ واحد زمان مصرف می شود.

- عمل حذف کردن از پشته: با دستور $pop(S)$ یک عنصر از انتهای پشته ی S حذف می شود. برای مثال اگر حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $pop(S)$ اجرا شود، حافظه ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

S

۲	۳	۵	۲	۱۰	۱۰		
---	---	---	---	----	----	--	--

S

۲	۳	۵	۲	۱۰			
---	---	---	---	----	--	--	--

در حالتی که با خالی کردن آخرین خانه ی پر حافظه ی مربوط به S ، دست کم نیمی از خانه ها خالی شود، حافظه ای جدید به S اختصاص داده می شود که خانه های خالی آن حذف شده اند (مگر اینکه S تنها یک خانه داشته باشد که در این صورت آن خانه حذف نمی گردد). برای مثال اگر حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $pop(S)$ اجرا شود، حافظه ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

S

۱	۱	۵	۲	۱۰			
---	---	---	---	----	--	--	--

S

۱	۱	۵	۲
---	---	---	---

اجرای عمل حذف عنصر در حالتی که تعداد خانه ی حافظه ی مربوط به S تغییر کند (نصف شود)، به اندازه ی تعداد خانه های حافظه ی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف می کند. برای نمونه در مثال بالا ۴ واحد زمان مصرف می شود. در حالتی نیز که تعداد خانه های حافظه ی مربوط به S تغییر نمی کند، یک واحد زمان مصرف خواهد شد.

- عمل کپی: با دستور $copy(A, B)$ حافظه ای به اندازه ی حافظه ی پشته ی A به پشته ی B اختصاص می یابد و مقادیر خانه های حافظه ی B نیز برابر مقادیر خانه های حافظه ی A خواهند شد. اجرای این عمل به اندازه ی تعداد خانه های حافظه ی مربوط به A زمان مصرف می کند.

توجه کنید قبل از عملیات روی پشته، باید آن پشته در خطوط قبلی برنامه با دستور $create$ ساخته شده باشد.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

برنامه ی زیر چند واحد زمان مصرف می کند؟ ۲۳

$create(X)$

$push(X, ۱)$

$push(X, ۱)$

$push(X, ۱)$

$pop(X)$

$push(X, ۱)$

$push(X, ۱)$

$pop(X)$

$push(X, ۱)$

۱۵ (۵)

۱۱ (۴)

۱۹ (۳)

۱۷ (۲)

۱۴ (۱)

۲۴ در برنامه‌ای ابتدا با دستور $create(S)$ پشته‌ی S ساخته می‌شود. در ادامه‌ی این برنامه ۱۳۹۸ دستور $push(S, ۱)$ وجود دارد. این برنامه چند واحد زمان مصرف می‌کند؟

- ۵) $۱۳۹۹ + ۲۱۳۹۹$ ۴) $۱۳۹۷ + ۲۱۳۹۸$ ۳) ۵۴۸۲ ۲) ۴۰۹۵ ۱) ۵۴۹۳

۲۵ یک برنامه حداقل چند خط باید داشته باشد تا در انتهای آن دست کم ۱۰۰ واحد حافظه (در مجموع برای پشته‌ها) وجود داشته باشد؟

- ۵) ۲۳ ۴) ۲۲ ۳) ۵۱ ۲) ۳۵ ۱) ۲۷

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

