



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان
مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۴ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

دفترچه سوالات سی امین دوره المپیاد کامپیوتر - روز اول

تاریخ: ۱۳۹۹/۰۴/۲۲

تعداد سوالات	ساعت شروع	مدت آزمون (دقیقه)
۲۰	۸:۰۰	۱۸۰



نام و نام خانوادگی :

شماره پرونده:

کد ملی:

نام پدر:

نام مدرسه:

استان:

منطقه:

پایه تحصیلی:

شماره صندلی

کد دفترچه

۱

حوزه:

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱- کد دفترچه شما یگ است. این کد را با کدی که روی پاسخنامه نوشته شده است تطبیق دهید. در صورت وجود مغایرت، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سوالات داخل دفترچه را بررسی نمایید و از وجود همه برگه های دفترچه سوالات مطمئن شوید. در صورت وجود هر گونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگه پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۴- کلیه جواب ها باید در پاسخنامه وارد شود. بدیهی است موارد مندرج در دفترچه سوالات تصحیح نشده و به آن ها هیچ نمره ای تعلق نخواهد گرفت.
- ۵- نام و نام خانوادگی خود را روی کلیه صفحات دفترچه سوالات و پاسخنامه بنویسید.
- ۶- برگه پاسخنامه شما را دستگاه تصحیح می کند. پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و بعلاوه پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۷- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست یک نمره منفی دارد.
- ۸- ترتیب گزینه ها به صورت تصادفی است. سوالات ۱۰ تا ۲۰ در دسته های چند سوالی آمده اند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
- ۹- همراه داشتن لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب می شود.
- ۱۰- شرکت کنندگان در دوره تابستان از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۱۱- دفترچه سوالات باید همراه پاسخنامه به مسئولین جلسه تحویل شود.

مرحله‌ی دوم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۱۸۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۰ تا ۲۰ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

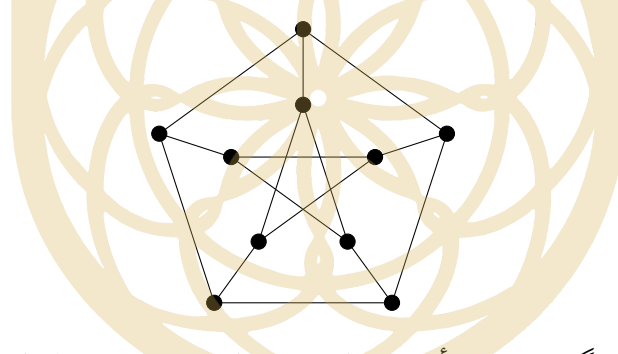
۱ فرض کنید a و b دو دنباله به طول n و از اعداد صحیح نامنفی باشند. منظور از $a + b$ دنباله‌ای به طول n است که عنصر i ام آن حاصل جمع عنصرهای i ام در a و b است ($1 \leq i \leq n$). به زوج مرتب (a, b) جایگشت ساز می‌گوییم اگر و تنها اگر دنباله‌ی $a + b$ جایگشتی از اعداد ۱ تا n باشد. تعداد زوج مرتب‌های (a, b) جایگشت ساز به طول ۱۰ را بیابید که هر دو دنباله‌شان ناصعودی باشند. یک دنباله ناصعودی است اگر هر عضو از دنباله کوچک‌تر مساوی عضو پیشین باشد.

۵۸۷۸۶ (۱) ۵۱۲ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۱ (۴) ۵۶۳۲ (۵)

۲ ناخدا و ۵ نفر از ملوانانش سر یک میز دایره‌ای نشسته‌اند. هر کدام از افراد دور میز به احتمال $\frac{1}{4}$ کرونا دارند. پس از هر یک ساعت اگر فردی مریض باشد هر دو نفر کناریش را مریض می‌کند. چه قدر احتمال دارد پس از ۲ ساعت همه‌ی افرادی که دور میز نشسته‌اند مبتلا شده باشند؟

$\frac{57}{64}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{63}{64}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{21}{32}$ (۵)

۳ پترسن می‌خواهد روی هر رأس از گراف زیر عددی صحیح و بزرگ‌تر از ۱ قرار دهد.



یک عددگذاری پایدار است اگر هر جفت رأس همسایه اعدادشان نسبت به هم اول باشند. پترسن می‌خواهد طوری عددگذاری کند که هم پایدار باشد و هم مجموع اعداد گذاشته شده کمینه باشد. مجموع اعدادی که روی گراف می‌نویسد چه قدر است؟

۳۹ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۳۵ (۵)

۴ جدولی $n \times n$ داریم که سطرهاى آن از بالا به پایین و ستون‌های آن از چپ به راست با اعداد ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند. خانه‌ی واقع در سطر i و ستون j را با (i, j) نشان می‌دهیم. می‌خواهیم از خانه‌ی $(1, 1)$ به خانه‌ی (n, n) برویم. حرکت‌های مجاز به صورت زیر هستند:

- حرکت از (i, j) به $(i + 1, j)$ با هزینه‌ی j .
- حرکت از (i, j) به $(i, j + 1)$ با هزینه‌ی i .

چند مسیر مجاز دارای کم‌ترین هزینه هستند؟

$\binom{2n}{n}$ (۱) ۲ (۲) n (۳) $\binom{2n-2}{n-1}$ (۴) $\frac{1}{4} \binom{2n}{n}$ (۵)

۵

شنگدباو یک کوالای خوشحال دارد. او سه سکو دور یک دایره با فاصله‌های برابر قرار داده است که با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ در جهت ساعت‌گرد شماره‌گذاری شده‌اند. در ابتدا کوالا روی سکوی ۱ قرار دارد. این کوالای خوشحال در هر دقیقه به احتمال $\frac{1}{3}$ به سکوی بعدی در جهت ساعت‌گرد می‌پرد، به احتمال $\frac{1}{3}$ به سکوی بعدی در جهت پادساعت‌گرد می‌پرد و به احتمال $\frac{1}{3}$ سر جای خود می‌ماند. حالا شنگدباو با خود می‌اندیشد پس از ۱۳۹۹ دقیقه کوالا در کدام سکو به احتمال بیشتری می‌نشیند.

- (۱) احتمال نشستن در سکوهایی ۱ و ۲ برابر است و از سکوی ۳ بیشتر است.
- (۲) احتمال نشستن روی سکوی ۱ از دو سکوی دیگر بیشتر است.
- (۳) احتمال نشستن در سکوهایی ۱ و ۳ برابر است و از سکوی ۲ بیشتر است.
- (۴) احتمال نشستن روی سکوی ۳ از دو سکوی دیگر بیشتر است.
- (۵) احتمال نشستن روی سکوی ۲ از دو سکوی دیگر بیشتر است.

۶

علی از طرف عمومی برنامه‌نویس یک دستورالعمل «آرایه‌ساز» و یک آرایه‌ی ۸ خانه‌ای هدیه گرفته است. این دستورالعمل به صورت زیر کار می‌کند:

۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
---	---	---	---	---	---	---	---

۱. درون تمامی خانه‌های آرایه عدد ۰ را بنویس.
۲. مقدار i را برابر با ۰ قرار بده.
۳. مقدار i را $i + 1$ قرار بده.
۴. i خانه‌ی متوالی در آرایه را به صورت تصادفی انتخاب کن. به اعداد درون تمامی این i خانه یک واحد اضافه کن.
۵. اگر i کوچکتر از ۸ است به مرحله‌ی ۳ بازگرد.
۶. پایان.

این دستورالعمل یک آرایه‌ی ۸ عضوی را به صورت تصادفی می‌سازد. از آن‌جا که علی این روزها به «جایگشت» علاقه‌مند شده است، فقط وقتی خوشحال می‌شود که دستورالعمل جایگشتی از اعداد ۱ تا ۸ خروجی بدهد. علی به چه احتمالی خوشحال می‌شود؟

$$\frac{1}{4} \quad (۱) \qquad \frac{2^7}{8!} \quad (۲) \qquad \frac{2^7}{7!} \quad (۳) \qquad \frac{2^8}{8!} \quad (۴) \qquad \frac{1}{8} \quad (۵)$$

۷

هفته‌ی گذشته در سیسیل ایتالیا، جزیره‌ی خانواده‌های مافیایی، پسر دون کورلئونه به قتل رسید. دون کورلئونه تمامی پدرخوانده‌های خانواده‌های مافیایی را به یک جلسه‌ی اضطراری دعوت کرده است. از آن‌جایی که تمامی آن‌ها مشارکت در قتل را تکذیب کرده‌اند؛ دون کورلئونه یک آزمون برای شناسایی دروغ‌گوها از راست‌گوها طراحی کرده است. پس از آن که تمامی پدرخوانده‌ها دور میز n نفره نشستند، دون کورلئونه از هر فرد می‌خواهد روی کاغذی بنویسد که نفر سمت راست او دروغ‌گو است یا راست‌گو. از کنار هم قرار دادن نوشته‌های پدرخوانده‌ها (به ترتیب نشستن دور میز) یک دنباله‌ی n تایی ساخته می‌شود. به این دنباله معتبر می‌گوییم، اگر حداقل به یک روش بتوان راست‌گو یا دروغ‌گو بودن را به n نفر نسبت داد به طوری که:

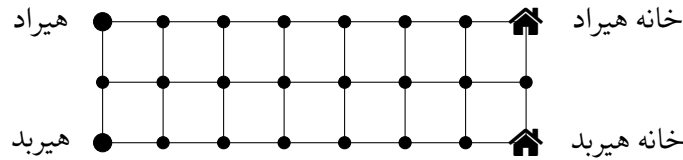
- اگر فرد x راست‌گو است، دروغ‌گویی یا راست‌گویی نفر سمت راست او همانند اظهار نظر فرد x باشد.
- اگر فرد x دروغ‌گو است، دروغ‌گویی یا راست‌گویی نفر سمت راست او مخالف اظهار نظر فرد x باشد.

اگر دنباله معتبر نباشد دون کورلئونه از مافیای سیسیل ناامید شده و به زندگی همه پایان می‌دهد. چه تعدادی از دنباله‌ها معتبر هستند؟

$$2^{n-1} \quad (۵) \qquad 1 \quad (۴) \qquad 2 \quad (۳) \qquad n \quad (۲) \qquad 2^n \quad (۱)$$

مرحله‌ی دوم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

۸ هیربد و هیراد روی نقاط سمت چپ یک شبکه‌ی 8×3 ایستاده‌اند و خانه‌های آن‌ها در نقاط سمت راست جدول قرار دارد.



هر یک از آنها در هر گام می‌تواند به یکی از نقاط مجاور راستی، بالایی و یا پایینی‌اش (در صورت وجود) که قبلاً از آن عبور نکرده، وارد شود.

این دو نفر قصد دارند به خانه‌هایشان بروند و متأسفانه امروز با هم قهر کرده‌اند؛ برای همین می‌خواهند طوری به خانه‌هایشان بروند که مسیرهای حرکتشان هیچ نقطه و یال مشترکی نداشته باشند. هیربد و هیراد به چند طریق می‌توانند مسیرهایشان را انتخاب کنند؟

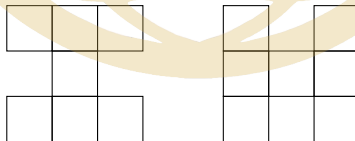
۷۲۹ (۱) ۱۳۹۳ (۲) ۱۷۱ (۳) ۵۷۷ (۴) ۲۳۹ (۵)

۹ جزیره‌ی فلون که اکنون مسکونی شده است، ۱۰۰ شهر دارد که به شکل یک جدول 10×10 ساخته شده‌اند. در ابتدا شهر گوشه بالا راست جزیره به کرونا آلوده شده است. ابتدای هر روز، تنها یکی از شهرهای سالم که در مجاورت ضلعی حداقل یک شهر آلوده قرار گرفته است، به کرونا آلوده می‌شود. سپس دکتر ارنست یکی از شهرهای سالم را قرنطینه می‌کند و دیگر امکان ندارد آن شهر آلوده شود.

می‌دانیم شهرهای آلوده هیچ وقت به وضعیت سالم بر نمی‌گردند. دکتر ارنست با استفاده از دستگاه تشخیص کرونا از راه دور همواره می‌داند کدام شهرها آلوده هستند. هدف او کمینه کردن تعداد شهرهای آلوده است. اگر دکتر ارنست بهینه عمل کند، بیشینه‌ی تعداد شهرهای آلوده پس از گذشت ۱۰۰ روز از آغاز شیوع چه قدر است؟

۶ (۱) ۱۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۱۱ (۵)

یک جدول $n \times n$ که رنگ هر خانه‌ی آن سفید یا سیاه است را قوی می‌نامیم، اگر و تنها اگر هیچ یک از اشکال زیر در خانه‌های سفید جدول دیده نشود:



_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید _____

۱۰ کمینه‌ی تعداد خانه‌های سیاه را میان تمامی جدول‌های 5×5 قوی بیابید.

۳ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱ (۵)

۱۱ کمینه‌ی تعداد خانه‌های سیاه را میان تمامی جدول‌های 7×7 قوی بیابید.

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۸ (۵)

مرحله‌ی دوم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

در فرودگاه شهری که شنگدباو در آن زندگی می‌کند یک هواپیمای مرموز وجود دارد. در بخش مسافران هواپیما، تنها یک ردیف ۱۰ تایی صندلی با شماره‌های ۱ تا ۱۰ وجود دارد و هیچ صندلی دیگری نداریم!

این صندلی‌ها مانند صندلی‌های همه‌ی هواپیماهای دیگر هستند و ۱۱ دسته‌ی صندلی دارند که بین هر دو صندلی و هم‌چنین در دو انتهای ردیف قرار دارند. روی هر یک از ۱۱ دسته، شامل دو دسته‌ی انتهای ردیف، دو کمر بند قرار دارد که یکی قفلی کمر بند و دیگری قلاب آن است. هر فردی که روی یک صندلی نشسته، برای بستن کمر بند خود باید قلاب یکی از دو دسته‌ی مجاورش را بردارد و به قفلی دسته‌ی دیگر ببندد.

همه‌ی اعضای شهر درگیر مسئله‌ی این ده صندلی شده‌اند و شنگدباو به‌عنوان یک دانشمند می‌خواهد به سوالات مردم شهر جواب دهد تا آن‌ها را آرام کند! اما ما می‌دانیم شنگدباو برای حل این معماها به کمک شما احتیاج دارد. در تمامی سوالات، دو حالت بستن کمر بندها را متمایز می‌دانیم اگر حداقل یک قفلی یا قلاب وجود داشته باشد که در یکی از حالات استفاده شده و در حالت دیگر استفاده نشده باشد. هم‌چنین، به حالتی که تمامی صندلی‌ها سر نشین دارند و تعدادی از افراد، طوری کمر بندهای خود را بسته‌اند که هیچ یک از افراد باقی‌مانده نتوانند کمر بند خود را ببندند، حالت مزاحم می‌گوییم. حالتی که تمامی افراد کمر بندشان را بسته باشند، حالت مزاحم نیست.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۲	در چند حالت تمامی ۱۰ سر نشین کمر بندشان را بسته‌اند؟	۱ (۲)	۱۰ (۳)	۱۱ (۴)	۲ (۵)
۱۳	کمینه‌ی تعداد سر نشین‌ها با کمر بند بسته میان تمامی حالات مزاحم چند است؟	۵ (۲)	۱۰ (۳)	۶ (۴)	۹ (۵)
۱۴	چند حالت مزاحم وجود دارد؟	۵۴ (۲)	۱۱۰ (۳)	۱۰ (۴)	۱۰۸ (۵)

لوک در یک جدول $n \times m$ به دنبال اسبش جالی می‌گردد. لوک تلاش می‌کند که اسبش را پیدا کند در حالی که جالی از دست او فرار می‌کند.

در هر مرحله، لوک k خانه از جدول را مشاهده می‌کند و اگر جالی داخل یکی از این خانه‌ها باشد جالی را پیدا می‌کند. در غیر این صورت، جالی یا سر جایش می‌ایستد یا یک حرکت انجام می‌دهد. از آنجایی که جالی یک اسب است، فقط می‌تواند مشابه اسب شطرنج حرکت کند. اسب شطرنج دو خانه در جهت افقی یا عمودی حرکت می‌کند و سپس ۹۰ درجه به چپ یا راست می‌پیچد و یک خانه‌ی دیگر حرکت می‌کند.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۱۵	در یک جدول 3×3 کمینه‌ی k را بیابید به طوری که لوک حتما بتواند جالی را در متناهی مرحله پیدا کند.	۳ (۱)	۲ (۲)	۴ (۳)	۸ (۴)	۱ (۵)
۱۶	در یک جدول 3×4 کمینه‌ی k را بیابید به طوری که لوک حتما بتواند جالی را در متناهی مرحله پیدا کند.	۴ (۱)	۳ (۲)	۶ (۳)	۲ (۴)	۸ (۵)

در شهر یاخچی‌آباد، هر خانه به صورت یک نقطه است که یک خانواده در آن زندگی می‌کند. فاصله‌ی نزدیک‌ترین خانه به هر خانه را شعاع همسایگی آن خانه می‌نامند. فاصله‌ی دو خانه برابر است با طول پاره‌خط واصل نقاط متناظرشان.

هر خانواده تمامی خانواده‌هایی را که در شعاع همسایگی‌اش باشند، همسایه‌ی خود می‌داند. دو خانواده صمیمی هستند اگر هر یک دیگری را همسایه‌ی خود بدانند. تعداد جفت خانواده‌های صمیمی در یک محله صمیمیت آن محله محسوب می‌شود. شهردار یاخچی‌آباد قصد دارد یک محله‌ی جدید با ۹۱ خانه تاسیس کند.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید _____

۱۷ شهردار که می‌داند صمیمیت زیاد افراد می‌تواند برای قدرت او تهدید به حساب آید، می‌خواهد صمیمیت این محله کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. این مقدار چه قدر است؟

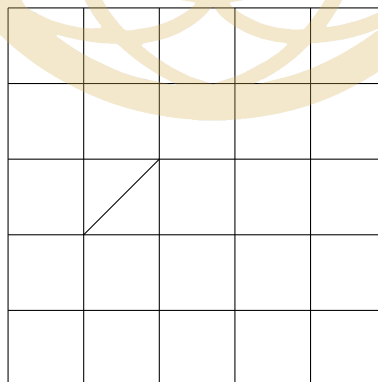
- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵ (۶)

۱۸ معاون شهردار در راستای راهبرد و برنامه‌ی سیاسی خویش، می‌خواهد نقشه‌ای پیشنهاد بدهد که صمیمیت این محله بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. اگر این مقدار x باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- $x \geq 80$
- $x \geq 160$
- $x \geq 240$
- $x \geq 320$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶ (۶)

یک جدول 5×5 داریم. به یک قطر از یک مربع واحد این جدول، قطرک می‌گوییم. برای مثال، یک قطرک در شکل زیر نشان داده شده است:



دو نقطه‌ی انتهایی هر قطرک، مرزهای آن قطرک نامیده می‌شوند. اگر یک نقطه مرز چهار قطرک رسم شده باشد، اشباع نامیده می‌شود (نقاط محیطی جدول هیچ‌گاه اشباع نمی‌شوند). در هر یک از سوال‌های این دسته قرار است تعدادی قطرک رسم شود (ممکن است قطرک‌ها هم‌دیگر را قطع کنند).

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید _____

حداکثر چند قطرک می‌توان در جدول رسم کرد، طوری که هیچ نقطه‌ای اشباع نباشد؟

۱۹

۳۴ (۵)

۴۲ (۴)

۴۶ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

سلطان و ایلچ یک جدول 5×5 خالی دارند و می‌خواهند بازی کنند. سلطان بازی را آغاز می‌کند. هر فرد در نوبتش یک قطرک (که تا به حال کشیده نشده) رسم می‌کند. نخستین کسی که پس از حرکتش نقطه‌ی اشباع به وجود بیاید، می‌بازد. **فان‌دی‌پلتر** (دوست ایلچ) سه الگوریتم برای بازی کردن به ایلچ پیشنهاد داده است.

۲۰

- الگوریتم (آ): فرض کنید سلطان در نوبتش در خانه‌ای مانند A یک قطرک رسم کند. بلافاصله پس از آن، قطرک دیگر خانه‌ی A را رسم کن.
- الگوریتم (ب): هر قطرکی که سلطان کشید، آن را نسبت به «خط عمودی گذرنده از نقطه‌ی وسط جدول» قرینه کرده و قطرک متناظر را رسم کن.
- الگوریتم (پ): اگر سلطان قطرکی در خانه‌ی وسط جدول رسم کرد، قطرک باقی‌مانده در خانه‌ی وسط جدول را رسم کن؛ در غیر این صورت قطرک سلطان را نسبت به «نقطه‌ی وسط جدول» قرینه کرده و قطرک متناظر را رسم کن.

کدام الگوریتم‌ها (مستقل از نحوه‌ی بازی سلطان) باعث برد ایلچ می‌شوند؟

(۵) هیچ‌کدام

(۴) ب

(۳) آ و ب

(۲) هر سه مورد

(۱) ب و پ





جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان
مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۳ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

دفترچه سوالات سی امین دوره المپیاد کامپیوتر - روز دوم

تاریخ: ۱۳۹۹/۰۴/۲۳ - ساعت: ۸:۰۰ مدت: ۲۴۰ دقیقه



شماره صندلی

نام و نام خانوادگی :

شماره پرونده:

کد ملی:

نام پدر:

نام مدرسه:

استان:

منطقه:

پایه تحصیلی:

حوزه:

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- ۲- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- ۴- با توجه به آنکه برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.
- ۵- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- ۶- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۷- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۸- سوالات ترتیب خاصی ندارند و لزوماً از ساده به سخت نیستند. شخصیت و داستان سوالات ربطی به حل سوالات ندارند و صرفاً جنبه طنز دارند.
- ۸- شرکت کنندگان در دوره تابستان از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۹- تصحیح برگه آزمون روز دوم، مشروط به کسب حد نصاب مورد نظر کمیته علمی در آزمون تستی روز اول مرحله دوم می باشد.

در صورت لزوم از این

صفحه به عنوان چرک

نویسن استفاده کنید

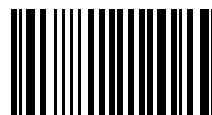
مطالب این صفحه

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



• ضدعفونی زمین (۲۰ نمره)

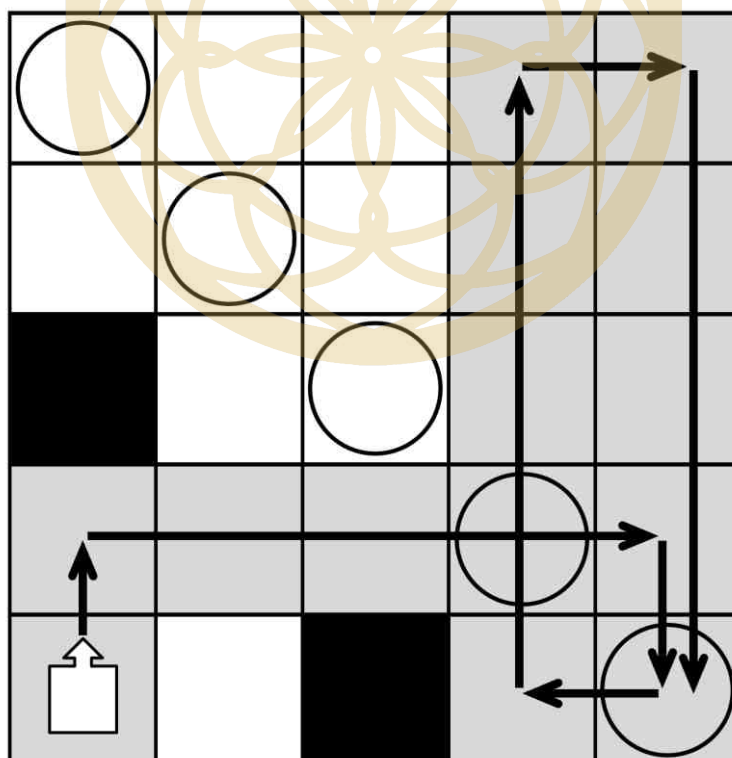
زاربج که زندگی خود را وقف شکست ویروس کرونا کرده است، یک ربات برای ضدعفونی کردن زمین اتاق ساخته است. زمین اتاقی که ربات در آن قرار دارد از بالا به صورت جدولی مربع شکل دیده می‌شود. ربات در ابتدا روی خانه‌ی گوشه‌ی پایین-چپ جدول قرار دارد. در برخی خانه‌های جدول وسایل قرار دارد و آن خانه‌ها مسدود است. ربات ابتدا رو به بالای جدول قرار دارد و همواره به‌صورت زیر حرکت می‌کند:

- اگر ربات مقابل دیوار قرار نداشت و خانه‌ی مقابل ربات مسدود نبود، ربات یک خانه به جلو حرکت می‌کند.
- در غیر این صورت، ربات ۹۰ درجه در جهت ساعت‌گرد می‌چرخد.

این ربات در حین حرکت، روی هر خانه‌ای از جدول که برود، آن را ضدعفونی می‌کند. هدف زاربج آن است که همه‌ی خانه‌های **قطر اصلی جدول** حداقل یک بار توسط ربات پیموده و ضدعفونی شوند. قطر اصلی مجموعه‌ای از خانه‌های جدول است که از خانه‌ی بالا-چپ جدول شروع می‌شود و تا خانه‌ی پایین-راست جدول ادامه می‌یابد.

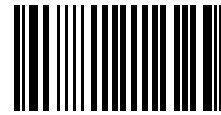
امکان دست‌یابی به هدف زاربج به این بستگی دارد که چه خانه‌هایی از جدول مسدود باشند. اگر در یک جدول، ربات (با شروع از خانه‌ی پایین-چپ و جهت اولیه‌ی رو به بالا، و حرکت طبق قواعد گفته شده) همه‌ی خانه‌های قطر اصلی را حداقل یک بار ضدعفونی کند، آن جدول را **مطلوب** می‌نامیم. بالطبع، هیچ یک از خانه‌های قطر اصلی و یا خانه‌ی شروع ربات در یک جدول مطلوب مسدود نیست.

مثلا در شکل زیر، یک نمونه از جدول 5×5 را می‌بینیم که مطلوب نیست. در این جدول، خانه‌های قطر اصلی با دایره، خانه‌های مسدود با رنگ سیاه، و خانه‌های ضدعفونی شده با رنگ خاکستری مشخص شده‌اند. همان‌طور که مشخص است، در این جدول ربات تنها ۲ خانه از ۵ خانه‌ی قطر اصلی را ضدعفونی می‌کند.





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

الف) یک نمونه جدول مطلوب 5×5 بکشید. (۵ نمره)

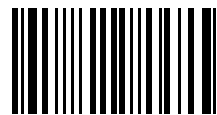
ب) آیا جدول مطلوب 1399×1399 داریم؟ در صورت وجود، آن را توصیف کنید، و در غیر این صورت، ثابت کنید که وجود ندارد. (۱۵ نمره)

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس
استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد



نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

پاسخ سوال ۱

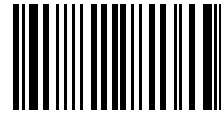
از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

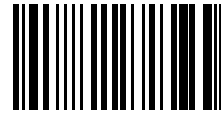
ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

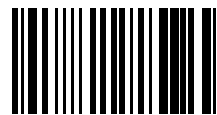
ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

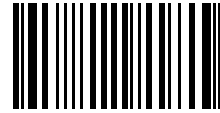
ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعدادی درمندان

• فاصله‌گذاری اجتماعی (۲۰ نمره)

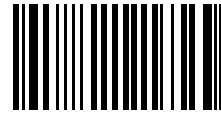
زاریچ که زندگی خود را وقف شکست ویروس کرونا کرده است، اکنون درگیر یک بازی با ویروس کرونا شده است. بازی روی یک جدول با n سطر و n ستون انجام می‌شود که در ابتدا خالی است. در طول بازی قرار است افرادی روی خانه‌های این جدول قرار بگیرند. با توجه به بحث فاصله‌گذاری اجتماعی، یک خانه‌ی جدول را ایمن می‌دانیم اگر در هیچ یک از خانه‌های مجاور ضلعی آن کسی قرار نگرفته باشد. در هر مرحله از بازی، ویروس کرونا یک قطر پراکنده از جدول را انتخاب می‌کند که همه‌ی خانه‌های آن خالی باشند (به مجموعه‌ای از n خانه‌ی جدول قطر پراکنده گفته می‌شود اگر هیچ دو خانه‌ای از آن هم‌سطر یا هم‌ستون نباشند). سپس زاریچ یک خانه‌ی ایمن از این قطر پراکنده را انتخاب می‌کند و یک نفر را روی آن خانه قرار می‌دهد. اگر ویروس کرونا در نوبتش نتواند یک قطر پراکنده‌ی کاملاً خالی پیدا کند می‌بازد. هم‌چنین اگر زاریچ در نوبت خود نتواند از بین خانه‌های قطر پراکنده‌ی پیشنهادی ویروس خانه‌ای ایمن پیدا کند، می‌بازد. اگر هر دو به بهترین نحو بازی کنند، زاریچ به ازای چه n هایی برنده‌ی بازی خواهد بود؟

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس
استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد



نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

پاسخ سوال ۲

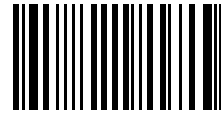
از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی‌ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

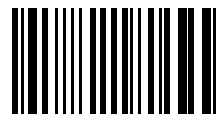
ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

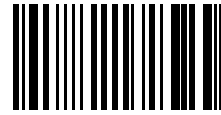
ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعدادی درمندان

• ضدعفونی درخت (۲۰ نمره)

زاربچ که زندگی خود را وقف شکست ویروس کرونا کرده است، عقیده دارد که برای شکست واقعی این ویروس لازم است درخت‌ها نیز ضدعفونی شوند (حتی اگر مفاهیمی ریاضی باشند).

یک درخت n رأسی در نظر بگیرید که رأس‌های آن با اعداد $۱, ۲, \dots, n$ شماره‌گذاری شده باشند. میزان آلودگی هر یال برابر تفاضل شماره‌های رأس‌های دو سرش است. مثلاً یالی که دو رأس با شماره‌های ۳ و ۵ را به یکدیگر وصل می‌کند دارای آلودگی ۲ است. میزان آلودگی یک درخت برابر مجموع آلودگی یال‌هایش است.

زاربچ باید خود را برای پاک‌سازی هر نوع درختی آماده کند. لذا می‌خواهد بداند بیشینه‌ی آلودگی برای یک درخت n رأسی (با رأس‌های شماره‌گذاری شده از ۱ تا n) چه قدر است. این مقدار بیشینه را بیابید.

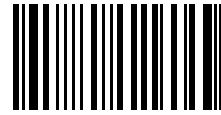
دقت کنید که ابتدا باید این مقدار را به ازای هر n به دست آورید و یک درخت n رأسی با بیشینه‌ی آلودگی را توصیف کنید، سپس اثبات کنید که درختی n رأسی با آلودگی بیشتر از آن وجود ندارد.

بازگه المپیاد طلایی‌ها

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس
استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد



نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

پاسخ سوال ۳

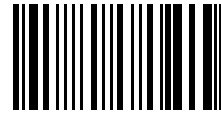
از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

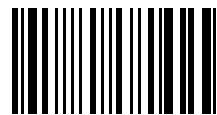
ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

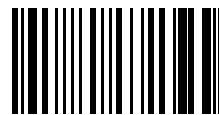
ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

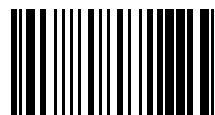
ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعدادی درمندان

• بخش بندی گراف (۲۰ نمره)

زاریچ که زندگی خود را وقف شکست ویروس کرونا کرده است، از روی نقشه‌ی شهرهای آلوده یک گراف ساده‌ی ۳۰ رأسی ساخته است. او می‌خواهد رأس‌های این گراف را به تعدادی بخش افراز کند، طوری که بین رأس‌های درون هر بخش هیچ یالی وجود نداشته باشد (هر بخش یک مجموعه‌ی مستقل باشد). او پس از بررسی‌های فراوان فهمیده است که می‌تواند رأس‌های گراف را به ۱۰ بخش با شرایط بالا تقسیم کند، اما امکان انجام این کار برای ۹ بخش وجود ندارد.

الف) ثابت کنید گراف زاریچ دوری با حداکثر ۸ رأس دارد. (۱۰ نمره)

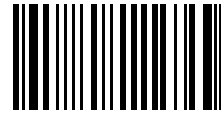
ب) ثابت کنید گراف زاریچ دوری با حداکثر ۵ رأس دارد. (۱۰ نمره؛ با حل این بخش، نمره‌ی بخش الف را نیز دریافت می‌کنید.)

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس
استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی
تصحیح نخواهد شد



نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

پاسخ سوال ۴

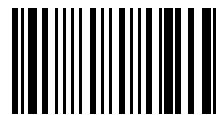
از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

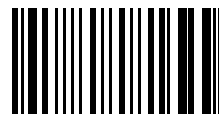
ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی‌ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

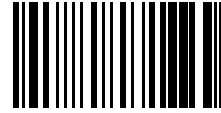
ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها





نام :
نام خانوادگی :
کد ملی :



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

باشگاه المپیاد طلایی ها



در صورت لزوم از این

صفحه به عنوان چرک

نویسن استفاده کنید

مطالب این صفحه

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد

لطفا در این کادر چیزی ننویسید.

کلیه گزارشات دفترچه که ۱
گزینش مسابقات المپیک ریاضیات در
سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

مطابق توضیحات دفترچه تکمیل شود.

کد دفترچه ۲



غلط



صحیح

لطفا گزینه را به صورت کامل و فقط با مداد مشکی نرم پر کنید.

باشگاه المپیاد طلایی‌ها

۱	۱	۲	۳	۴	۵
۲	۱	۲	۳	۴	۵
۳	۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۲	۳	۴	۵
۵	۱	۲	۳	۴	۵
۶	۱	۲	۳	۴	۵
۷	۱	۲	۳	۴	۵
۸	۱	۲	۳	۴	۵
۹	۱	۲	۳	۴	۵
۱۰	۱	۲	۳	۴	۵

۲۱	۱	۲	۳	۴	۵
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵
۲۸	۱	۲	۳	۴	۵
۲۹	۱	۲	۳	۴	۵
۳۰	۱	۲	۳	۴	۵

۴۱	۱	۲	۳	۴	۵
۴۲	۱	۲	۳	۴	۵
۴۳	۱	۲	۳	۴	۵
۴۴	۱	۲	۳	۴	۵
۴۵	۱	۲	۳	۴	۵
۴۶	۱	۲	۳	۴	۵
۴۷	۱	۲	۳	۴	۵
۴۸	۱	۲	۳	۴	۵
۴۹	۱	۲	۳	۴	۵
۵۰	۱	۲	۳	۴	۵

۶۱	۱	۲	۳	۴	۵
۶۲	۱	۲	۳	۴	۵
۶۳	۱	۲	۳	۴	۵
۶۴	۱	۲	۳	۴	۵
۶۵	۱	۲	۳	۴	۵
۶۶	۱	۲	۳	۴	۵
۶۷	۱	۲	۳	۴	۵
۶۸	۱	۲	۳	۴	۵
۶۹	۱	۲	۳	۴	۵
۷۰	۱	۲	۳	۴	۵

۱۱	۱	۲	۳	۴	۵
۱۲	۱	۲	۳	۴	۵
۱۳	۱	۲	۳	۴	۵
۱۴	۱	۲	۳	۴	۵
۱۵	۱	۲	۳	۴	۵
۱۶	۱	۲	۳	۴	۵
۱۷	۱	۲	۳	۴	۵
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵

۳۱	۱	۲	۳	۴	۵
۳۲	۱	۲	۳	۴	۵
۳۳	۱	۲	۳	۴	۵
۳۴	۱	۲	۳	۴	۵
۳۵	۱	۲	۳	۴	۵
۳۶	۱	۲	۳	۴	۵
۳۷	۱	۲	۳	۴	۵
۳۸	۱	۲	۳	۴	۵
۳۹	۱	۲	۳	۴	۵
۴۰	۱	۲	۳	۴	۵

۵۱	۱	۲	۳	۴	۵
۵۲	۱	۲	۳	۴	۵
۵۳	۱	۲	۳	۴	۵
۵۴	۱	۲	۳	۴	۵
۵۵	۱	۲	۳	۴	۵
۵۶	۱	۲	۳	۴	۵
۵۷	۱	۲	۳	۴	۵
۵۸	۱	۲	۳	۴	۵
۵۹	۱	۲	۳	۴	۵
۶۰	۱	۲	۳	۴	۵

۷۱	۱	۲	۳	۴	۵
۷۲	۱	۲	۳	۴	۵
۷۳	۱	۲	۳	۴	۵
۷۴	۱	۲	۳	۴	۵
۷۵	۱	۲	۳	۴	۵
۷۶	۱	۲	۳	۴	۵
۷۷	۱	۲	۳	۴	۵
۷۸	۱	۲	۳	۴	۵
۷۹	۱	۲	۳	۴	۵
۸۰	۱	۲	۳	۴	۵

محل امضاء

[Handwritten signature]

اینجانب *[Handwritten signature]* فرم

مطابقت اطلاعات مندرج در پاسخ برگ را با مشخصات خود تایید می نمایم.