



با شمۀ تعالیٰ

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

سازمان ملی پژوهش استعدادهای درخشان

معاونت دانش پژوهان جوان



سازمان ملی پژوهش استعدادهای درخشان

مبارزۀ علمی برای جوانان، زنده کردن روح جستجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۳۹۹

سی و یکمین دوره المپیاد کامپیووتر

صبح - ساعت: ۰۹:۰۰

کد دفترچه: ۱

باشگاه المپیاد طلاب ها

| تعداد سؤالات | مدت آزمون (دقیقه) |
|--------------|-------------------|
| ۱۵ | ۹۰ |

شماره صندلی:

نام:

استفاده از هر نوع ماشین حساب ممنوع است.

توضیحات مهم

- کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد. توجه داشته باشید که دفترچه سؤالات شما که در زیر هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است، یکی باشد.
- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه وجود همه برگه‌های دفترچه سؤالات را برسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- یک برگ پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.
- برگ پاسخنامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آنرا تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه موردنظر را کاملاً سیاه کنید.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
- همراه داشتن هرگونه کتاب، چزو، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسائل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلیل محسوب خواهد شد.
- شرکت کنندگان در دوره تابستانی ازین دستگاه آزمون پایه دهم و یازدهم انتخاب می‌شوند.
- داوطلبان نمی‌توانند دفترچه سؤالات را با خود ببرند. (دفترچه باید همراه پاسخنامه تحویل داده شود.)
- خبرگاه المپیاد کامپیووتر: inoi.ir می‌باشد.
- در صورتی که به هر دلیل مثل قطعی برق و خرابی دستگاه تکثیر و... آزمون با تأخیر شروع شد به همان اندازه، شما وقت اضافه خواهید داشت.

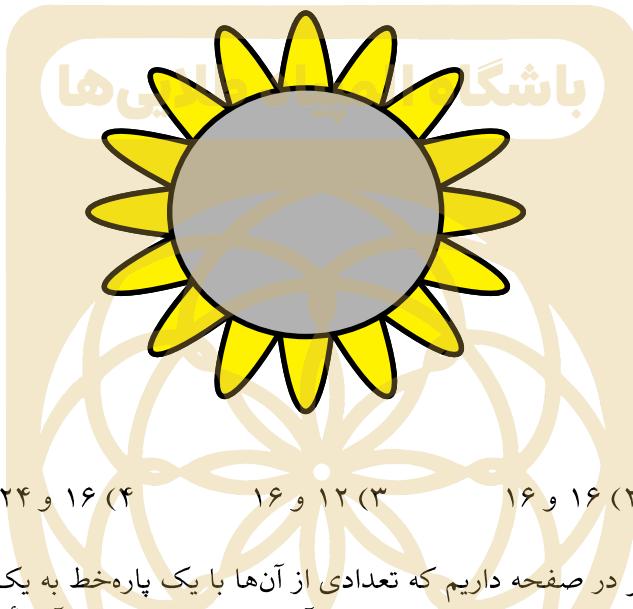
کلیه حقوق این سؤالات برای سازمان ملی پژوهش استعدادهای درخشان محفوظ است.

آدرس سایت اینترنتی: www.ysc-sampad.medu.ir

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

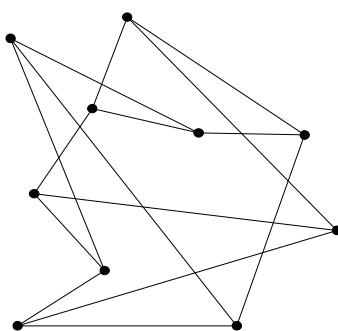
- زمان آزمون ۹۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۵ تا ۱۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ یک گل آفتاب‌گردان ۱۶ گل برگ دارد که در کنار هم، دور تا دور گل را پوشش می‌دهند. پیمان هر مرحله، یک گل برگ را از گل جدا می‌کند و به اندازه‌ی تعداد گل برگ‌های مجاور جدا نشده‌ی آن گل برگ، از آبولف یک تومان پول می‌گیرد. به ترتیب (از سمت راست) حداقل و حداقل مقدار پولی که پیمان می‌تواند از آبولف بگیرد، چند تومان است؟



۱۵) ۱ و ۲۴ ۲) ۱۶ و ۱۶ ۳) ۱۲ و ۱۶ ۴) ۱۶ و ۱۶ ۵) ۱۵ و ۱۶

۲ ۱۰ رأس مطابق شکل زیر در صفحه داریم که تعدادی از آن‌ها با یک پاره‌خط به یکدیگر وصل شده‌اند. در هر مرحله می‌توانیم یک رأس و تمام پاره‌خط‌های متصل به آن را پاک کرده، سپس آن رأس را در یک نقطه‌ی خالی از صفحه رسم کرده و دوباره با پاره‌خط به همان رأس‌هایی که به این رأس وصل بودند، وصل کنیم. مراحل باید به نحوی انجام شوند که پاره‌خط بین هر دو رأس، از رأس دیگری عبور نکند. کمینه‌ی تعداد مراحل برای آن که در شکل نهایی هیچ دو پاره‌خطی یکدیگر را قطع نکنند (جز در نقاط شکل) چیست؟

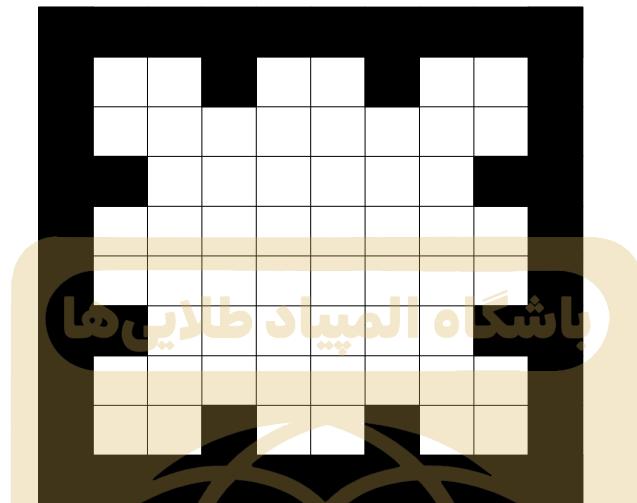


۱) ۶ و ۲ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۵

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۳

رباتی می‌خواهد ابتدا در یکی از خانه‌های سفید شکل زیر قرار بگیرد. سپس یکی از چهار جهت راست، بالا، چپ و پایین را انتخاب می‌کند و در آن راستا شروع به حرکت می‌نماید. ربات در هر مرحله سعی می‌کند در جهتی که دارد، یک واحد حرکت کند. اگر ربات نتواند این کار را انجام دهد (خانه‌ی بعدی در آن جهت سیاه باشد)، ۹۰ درجه به راست می‌چرخد. ربات حداکثر چند خانه‌ی متفاوت را خواهد دید؟



۱۶(۵)

۳۶(۴)

۲۴(۳)

۳۲(۲)

۳۸(۱)

۴

در شکل زیر می‌خواهیم از خانه‌ی A به خانه‌ی B برویم. در هر مرحله می‌توانیم به یک خانه‌ی مجاور (دارای ضلع مشترک با خانه‌ی کنونی) برویم. برای عبور از هر خانه، باید به مقدار عدد درون آن خانه هزینه بدهیم. کمینه‌ی هزینه‌ی لازم برای رسیدن از A به B چیست؟

| | | | | | |
|---|----|-----|----|----|---|
| ۱ | ۱۴ | ۲ | ۱ | ۳ | ۱ |
| ۲ | ۱۳ | ۱ | ۱۳ | ۴ | ۱ |
| ۱ | A | ۱۰۰ | B | ۵ | ۱ |
| ۳ | ۱۴ | ۵ | ۱۰ | ۱ | ۲ |
| ۱ | ۱۳ | ۴ | ۲ | ۱ | ۱ |
| ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۱۳ | ۵ |

۱۸(۵)

۲۷(۴)

۲۴(۳)

۲۱(۲)

۲۹(۱)

۵

اگر n یک عدد طبیعی باشد، $(n)f(n)$ را تعداد رقم‌های ۱ متولی سمت راست نمایش دودویی (مبنای ۲) عدد n در نظر می‌گیریم. برای مثال $0 = f(8)$ و $۲ = f(19)$. مجموع مقادیر $f(n)$ به ازای n از ۱ تا ۲۵۵ چیست؟

۱۲۸(۵)

۲۵۵(۴)

۱۲۷(۳)

۲۴۷(۲)

۲۵۶(۱)

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۶ به چند طریق می‌توان برخی از خانه‌های یک جدول 5×5 را علامت زد، طوری که در هر زیرجدول 2×2 و 2×2 دقیقاً یک خانه‌ی علامت‌دار و در هر زیرجدول 3×3 حداقل یک خانه‌ی علامت‌دار وجود داشته باشد؟

۴(۵)

۸(۴)

۱۰(۳)

۰(۲)

۹(۱)

۷ حداکثر چند مکعب واحد از یک مکعب $5 \times 5 \times 5$ را می‌توان رنگ کرد، به طوری که در هر زیرمکعب $2 \times 2 \times 2$ حداکثر یک مکعب واحد رنگ شده باشد؟

۲۴(۵)

۲۷(۴)

۱۸(۳)

۳۰(۲)

۲۵(۱)

۸ منظور از $f(x)$ باقی‌مانده‌ی عدد x در تقسیم بر ۲ است. برای مثال $1 = f(15)$. فرض کنید دو عدد صحیح a و b را داریم. الگوریتم زیر را اجرا می‌کنیم:

۱. اگر دو عدد a و b برابر بودند، به مرحله‌ی ۶ برو.
۲. اگر $a > b$ ، آن‌گاه مقادیر a و b را جابه‌جا کن.
۳. مقدار a را برابر $a + b$ قرار بده.
۴. مقدار b را برابر $a - b$ قرار بده.
۵. به مرحله‌ی ۱ برو.
۶. پایان.

به چند طریق می‌توانیم اعداد آغازین الگوریتم (a و b) را با شرط $20 \leq a < b \leq 1$ انتخاب کنیم، طوری که الگوریتم پس از تعدادی مرحله به پایان برسد؟

۵۷(۵)

۵۴(۴)

۶۰(۳)

۳۰(۲)

۸۵(۱)

۹ ۱۰ نفر در یک ردیف داریم و می‌خواهیم ۱۰ میوه‌ی یکسان را بین آن‌ها تقسیم کنیم (لزومی ندارد به هر نفر دقیقاً یک میوه برسد). هر مرحله، به طور هم‌زمان هر فرد میوه‌دار، یکی از میوه‌هایش را خورد و بقیه را به نفر راستی اش می‌دهد (اگر کسی نفر سمت راستی نداشته باشد، خودش بقیه‌ی میوه‌هایش را نیز می‌خورد). به چند طریق در ابتدا می‌توانیم میوه‌ها را تقسیم کنیم، طوری که پس از خورده شدن تمام میوه‌ها، هر فرد دقیقاً یک میوه خورده باشد؟

۳۴۳(۵)

۲۴۳(۴)

۷۲۰(۳)

۵۱۲(۲)

۸۹(۱)

۱۰ ۱۰ نفر در یک ردیف داریم و می‌خواهیم ۱۰ میوه‌ی یکسان را بین آن‌ها تقسیم کنیم (لزومی ندارد به هر نفر دقیقاً یک میوه برسد). هر مرحله، به طور هم‌زمان هر فرد میوه‌دار کارهای زیر را به ترتیب نجام می‌دهد:

۱. یکی از میوه‌هایش را می‌خورد.
۲. در صورتی که هنوز میوه‌ای داشته باشد، یکی از میوه‌هایش را به نفر سمت راستش می‌دهد (اگر نفر سمت راستی نداشته باشد، آن میوه را خودش می‌خورد).
۳. در صورتی که هنوز میوه‌ای داشته باشد، تمام میوه‌های باقی‌مانده را به نفر سمت چپش می‌دهد (اگر نفر سمت چپ نداشته باشد، آن میوه‌ها را خودش می‌خورد).

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

به چند طریق در ابتدا می‌توانیم میوه‌ها را تقسیم کنیم، طوری که در انتها هر کس دقیقاً یک میوه خورده باشد؟

۲۵۶ (۵)

۸۹ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۴۹ (۲)

۲۷۴ (۱)

در یک جدول، خانه‌ی واقع در سطر i ام و ستون j ام جدول را با (i, j) نشان می‌دهیم. فاصله‌ی سلاماسی دو خانه‌ی (r_1, c_1) و (r_2, c_2) در جدول را برابر با $|c_1 - c_2| + |r_1 - r_2|$ در نظر می‌گیریم.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۱۱ در یک جدول 5×5 به ازای هر دو خانه از جدول، فاصله‌ی سلاماسی آن‌ها را حساب می‌کنیم و سپس تمام این فاصله‌های حساب شده را با هم جمع می‌کنیم. حاصل جمع به دست آمده کدام است؟

۵۰۰ (۵)

۲۵۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۱۲ افزودن در یک جدول 9×9 سه خانه را علامت می‌زنند. فاصله‌ی سلاماسی نزدیک‌ترین جفت از این سه خانه‌ی علامت‌دار (از نظر فاصله‌ی سلاماسی)، حداقل چه قدر است؟

۹ (۵)

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۱۱ (۱)

فرض کنید دنباله‌ای از اعداد داریم. در هر مرحله می‌توان یکی از سه عملیات زیر را روی دنباله انجام داد:

- دستور `copy(i)`: با دستور `copy(i)` یک عدد با مقدار i امین عضو دنباله به انتهای دنباله اضافه می‌شود. برای مثال اگر دنباله‌ی $(1, 3, 7, 2, 1)$ را داشته باشیم، با دستور `copy(2)` به دنباله‌ی $(1, 7, 2, 1, 7)$ می‌رسیم.
- دستور `delete(i)`: با دستور `delete(i)` عدد i ام دنباله حذف می‌شود. برای مثال اگر دنباله‌ی $(4, 1, 9, 2, 5)$ را داشته باشیم، با دستور `delete(2)` به دنباله‌ی $(4, 9, 2, 5)$ می‌رسیم.
- دستور `merge(i, j)`: با دستور `merge(i, j)` عدد j ام دنباله حذف شده و مقدار آن به عدد i ام دنباله اضافه می‌شود. در این دستور باید $i < j$ باشد. برای مثال اگر دنباله‌ی $(4, 1, 9, 2, 5)$ را داشته باشیم، با دستور `merge(2, 4)` به دنباله‌ی $(4, 3, 9, 5)$ می‌رسیم.

اجرای هر یک از دستورهای بالا یک واحد هزینه دارد. متغیر `size` در هر لحظه تعداد عضوهای دنباله را نشان می‌دهد. برای مثال وقتی دنباله‌ی $(1, 3, 6, 10, 15)$ را داریم، `size = 4` است.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۳ فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $(1, 2, \dots, 100)$ را داریم. پس از اجرای الگوریتم زیر، مجموع اعضای دنباله چه خواهد بود؟

۱. اگر $size < 3$ است، به گام ۵ برو.
۲. `delete(size - 1)`
۳. `merge(size - 1, size)`

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۴. به گام ۱ برو.
۵. پایان.

۴۹۵۱ (۵) ۲۵۵۱ (۴) ۲۵۵۰ (۳) ۵۰۵۱ (۲) ۲۵۰۱ (۱)

فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $\langle 1, \dots, 10 \rangle$ را داریم. پس از اجرای الگوریتم زیر، عنصر آخر دنباله چه خواهد بود؟

۱. به ازای n از ۱ تا n انجام بده:

$copy(size - 1)$. ۱-۱

$copy(size - 1)$. ۲-۱

$merge(size - 1, size)$. ۳-۱

۸۹ (۵) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲ (۳) ۱۴۴ (۲) ۱۰۲۴ (۱)

فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $\langle 1 \rangle$ را داریم و می‌خواهیم با یک برنامه به دنباله‌ی $\langle 100, 1, 2, \dots, 100 \rangle$ برسیم. کمینه‌ی هزینه‌ی (تعداد اجراهای دستورهای) مورد نیاز چیست؟

۲۹۷ (۵) ۱۹۸ (۴) ۹۹ (۳) ۳۰۰ (۲) ۲۴۰ (۱)

لطفاً در این کادر چیزی ننویسید.

طبر اویه

طبر مرحده اول ١٣٩٩ - ٦ میسور

مطابق توضیحات دفترچه تکمیل شود.

کد دفترچه

غلط:

صحیح:

شگاه المپیاد طلایی‌ها

لطفاً گزینه را به صورت کامل و فقط با مداد مشکی نرم پر کنید.

| | |
|----|-----------|
| ۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲ | ۲ ۱ ۳ ۴ ۵ |
| ۳ | ۱ ۲ ۳ ۵ ۴ |
| ۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵ | ۱ ۲ ۳ ۵ ۴ |
| ۶ | ۱ ۲ ۴ ۳ ۵ |
| ۷ | ۱ ۲ ۳ ۵ ۴ |
| ۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۹ | ۱ ۳ ۲ ۴ ۵ |
| ۱۰ | ۲ ۱ ۳ ۴ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۲۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۰ | ۱ ۲ ۴ ۳ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۴۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۰ | ۱ ۲ ۴ ۳ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۶۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۰ | ۱ ۲ ۴ ۳ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۱۱ | ۲ ۱ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۳ | ۱ ۲ ۳ ۵ ۴ |
| ۱۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۱۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۲۰ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۳۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۳۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۴۰ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۵۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۵۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۶۰ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |

| | |
|----|-----------|
| ۷۱ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۲ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۳ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۴ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۵ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۶ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۷ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۸ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۷۹ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |
| ۸۰ | ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ |