

باسمه تعالی
باشگاه طلایی های ایران



باشگاه طلایی های ایران
IRAN'S GOLD WINNERS CLUB

علم همراه تهذیب نفس است که انسان را به مقام انسانیت می رساند. هم
در علم کوشا باشید وهم در عمل و هم در تهذیب اخلاق .

“امام خمینی(ره)“

دفترچه سوالات آزمون آزمایشی مرحله اول

المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۶

صبح - ساعت : ۹:۰۰

تعداد سوالات	مدت آزمون (دقیقه)
۳۰	۱۸۰

نام خانوادگی: نام :

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

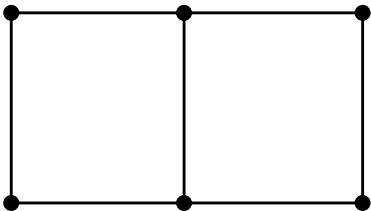
۱. بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سوالات داخل دفترچه و وجود همه برگه های دفترچه سوالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
۲. یک برگ پاسخ نامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
۳. برگه پاسخ نامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
۴. جواب درست به هر سؤال ۴ نمره مثبت و جواب نادرست ۱ نمره منفی دارد.
۵. همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
۶. این آزمون به صورت آزمایشی برگزار خواهد شد و صرفاً جنبه آمادگی دارد.

کلیه حقوق این سوالات برای باشگاه طلایی های ایران محفوظ است.

۱. ۵ نفر وارد یک هتل با ۵ اتاق خالی می‌شوند. به چند طریق این ۵ نفر می‌توانند در این اتاق‌ها اقامت کنند به طوری که در هیچ اتاقی بیش از دو نفر اقامت نکرده باشند؟

- (۱) ۲۱۰۰ (۲) ۲۲۲۰ (۳) ۳۰۰۰ (۴) ۳۱۲۰ (۵) ۳۱۲۵

۲. گراف زیر شامل ۶ رأس و ۷ یال متمایز است. می‌خواهیم زیر مجموعه‌ای (احتمالاً تهی) از یال‌های این گراف را حذف کنیم به طوری که گراف همبند باقی بماند. به چند طریق انتخاب این زیرمجموعه ممکن است؟



- (۱) ۲۳ (۲) ۱۶ (۳) ۲۱ (۴) ۲۹ (۵) ۲۵

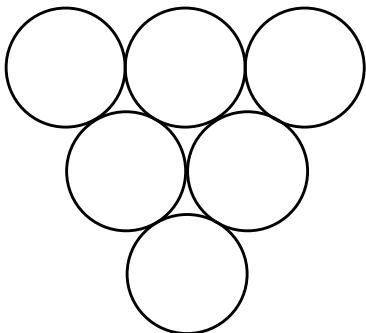
۳. می‌خواهیم وجه‌های یک تاس را با دو رنگ آبی یا قرمز رنگ‌آمیزی کنیم. احتمال این که یک وجه آبی باشد برابر $\frac{1}{4}$ است. احتمال این که این تاس طوری رنگ‌آمیزی شود که بتوان آن را طوری روی زمین قرار داد که ۴ وجه کناری همگی هم‌رنگ باشند چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{16}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{7}{16}$ (۵) $\frac{1}{2}$

۴. ۶ نفر دانشجوی با هم در یک خوابگاه زندگی می‌کنند. اتاق آن‌ها در خوابگاه دو حمام دارد. آن‌ها یک روز از ساعت ۸ صبح شروع به دوش گرفتن می‌کنند. دوش گرفتن آن‌ها ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۷، ۲۱ و ۲۲ دقیقه طول می‌کشد و هیچ دو نفری نمی‌توانند هم‌زمان از یک حمام استفاده کنند. حداقل چند دقیقه طول می‌کشد تا همه آن‌ها دوش بگیرند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۶ (۳) ۴۷ (۴) ۴۸ (۵) ۴۹

۵. می‌خواهیم از ۶ خانه شکل زیر ۳ خانه را آبی، ۲ خانه را قرمز و ۱ خانه را سبز کنیم. به چند طریق می‌توان این ۶ خانه را رنگ‌آمیزی کرد. دو رنگ‌آمیزی یکسان است اگر با دوران یا انعکاس به یک دیگر تبدیل شوند.



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲ (۵) ۱۵

۶. فرض کنید $s(n)$ برابر مجموع ارقام عدد طبیعی n باشد. چند عدد طبیعی دو رقمی مانند n وجود دارد که $s(s(n)) = 3$ برقرار باشد.

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵)

۷. ۷ نقطه دور دایره قرار دارد به چند طریق می‌توان این ۷ نقطه را با دو رنگ سیاه و سفید رنگ‌آمیزی کرد؟ (دو رنگ‌آمیزی متفاوت است اگر با دوران به یک دیگر تبدیل نشوند).

- ۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۶۴ (۴) ۱۲۸ (۵)

۸. به یک عدد طبیعی "مستحکم" می‌گوییم اگر دنباله ارقام آن اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد. به‌طوری مثال اعداد ۳، ۱۵۹، ۶۴۰ و ۹۸۷۲۱ مستحکم‌اند ولی ۱۱، ۱۳۳۷۸، ۷۴۲۵ مستحکم نیستند. چند عدد مستحکم داریم؟

- ۱۵۲۴ (۱) ۲۰۴۸ (۲) ۱۵۳۳ (۳) ۱۵۳۶ (۴) ۱۵۲۵ (۵)

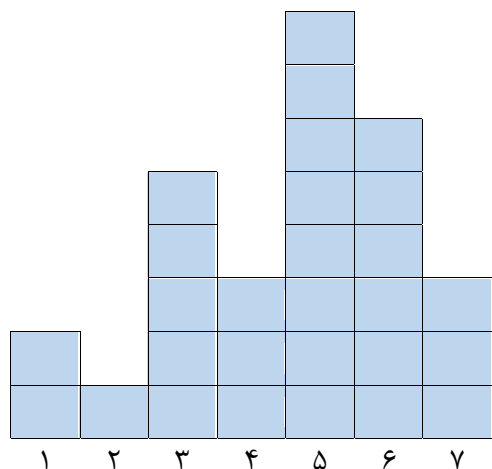
۹. ۴ عدد حقیقی a_1 و a_2 و a_3 و a_4 را در نظر بگیرید به‌طوری که $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ است. می‌دانیم مجموع هر سه‌تایی از این ۴ عدد در مجموعه $\{-1, 3, 5, 8\}$ است. حاصل $a_1 - a_2 + a_3 - a_4$ چقدر است؟

- ۵ (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۱۵ (۴) صفر (۵)

۱۰. اعداد X_1 و X_2 و X_3 به تصادف از بازه $(0, 1)$ انتخاب می‌شوند. احتمال این که $X_1 + X_2 + X_3 \leq 1$ چقدر است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{9}$ (۵)

۱۱. مطابق شکل ۷ ساختمان زیر در یک ردیف قرار دارند این ساختمان‌ها از ۲۸ خانه واحد درست شده‌اند. در هر مرحله می‌توانیم ۱، ۲، ۴، ۸، ... خانه را از یک ساختمان برداشته و روی ساختمان دیگر قرار داد. کمینه تعداد مرحله لازم برای این که ارتفاع همه ساختمان‌ها با هم برابر شود چقدر است؟



- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵)

۱۲. به یک تاس «فنی» می‌گوییم اگر مجموع هر دو وجه مقابل برابر ۷ باشد. می‌خواهیم اعداد ۱ تا ۶ را روی وجه‌های یک مکعب مستطیل بنویسیم به طوری که تاس درست شده «فنی» باشد. این کار به چند طریق ممکن است؟ (دو تاس به یکدیگر متفاوتند اگر با دوران به یکدیگر تبدیل نشوند).

۲ (۱) ۱۲ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰ (۵)

۱۳. به یک دنباله از اعداد طبیعی "برکات" می‌گوییم اگر شرایط زیر را داشته باشد:

- اولین عدد دنباله برابر با ۱ و آخرین عدد برابر با ۳۰ باشد.
 - اگر مقدار یک عدد در این دنباله برابر با x باشد عدد بعدی در صورت وجود باید برابر $x+1$ یا $3x$ باشد.
- چند دنباله از اعداد طبیعی "برکات" است؟

۲۴ (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۳۶ (۴) ۸۱ (۵)

۱۴. می‌خواهیم در هر خانه از یک جدول 8×8 یکی از اعداد ۱ تا k را بنویسیم به طوری که عدد هر خانه از عدد خانه پایینی و خانه سمت چپی آن در صورت وجود بزرگ‌تر باشد. کمینه مقدار k چقدر است؟

۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲ (۵)

۱۵. امین در حال ساختن یک دنباله از ارقام به صورت زیر است:

او نخست دو رقم اول دنباله را روی کاغذ می‌نویسد سپس در هر گام دو رقم آخر موجود را در یکدیگر ضرب کرده و ارقام حاصل ضرب را به ترتیب به دنباله اضافه می‌کند.

به عنوان مثال اگر دو رقم اول دنباله ۱ و ۳ باشند دنباله به شکل زیر می‌شود:

$1, 3 \rightarrow 1, 3, 3 \rightarrow 1, 3, 3, 9 \rightarrow 1, 3, 3, 9, 2, 7 \rightarrow 1, 3, 3, 9, 2, 7, 1, 4 \rightarrow \dots$

اگر دو رقم آغازین به ترتیب ۲ و ۸ باشند 1024 امین رقم کدام است؟

۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۷ (۵)

۱۶. فرض کنید $X_1 < X_2 < X_3 < \dots$ یک لیست از اعداد باشد با این خاصیت که هر X_i مجموع توان‌های طبیعی و متفاوتی از ۳ است. به عنوان مثال یکی از اعضای این دنباله می‌تواند $3^3 + 3^2 + 3 = 37$ باشد در حالی که

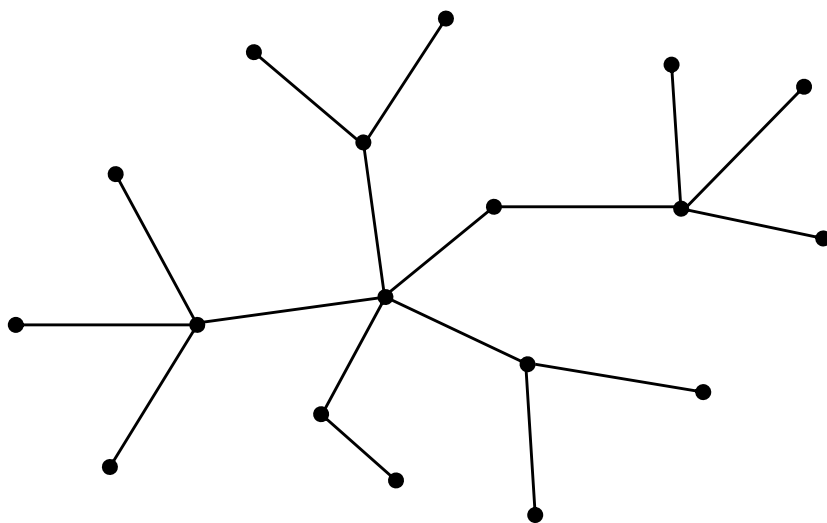
$11 = 3^2 + 3 + 3$ نمی‌تواند عضوی از این دنباله باشد. کمترین مقدار X_{27} چقدر است؟

۱۱۲ (۱) ۸۱ (۲) ۵۴ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷ (۵)

۱۷. اعداد ۱ تا 1200 را نوشته‌ایم. اگر مجموع ارقام هر عدد را جای آن قرار دهیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا همه اعداد تک رقمی شوند، در نهایت چند بار عدد ۳ را نوشته‌ایم؟

۱۳۴ (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲ (۴) ۵۶ (۵)

۱۸. می‌خواهیم روی رتوس درخت زیر اعداد ۱ تا k را بنویسیم. به طوری در مسیر بین هر دو رأس مختلف با اعداد یکسان رأسی وجود داشته باشد که شماره آن کمتر از دو رأس ابتدا و انتها باشد. (به طور مثال بدیهی است هیچ دو رأس مجاور نباید اعداد یکسان داشته باشند). کمینه مقدار k چقدر است؟



- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵)

۱۹. تعداد اعداد ۸ رقمی با ارقام فرد که تفاضل هر دو رقم مجاور آن ۲ باشد، چقدر است؟

- ۳۶ (۱) ۲۱۶ (۲) ۱۰۸ (۳) ۷۲ (۴) ۸۱ (۵)

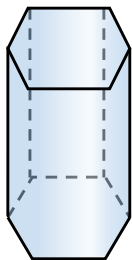
۲۰. ۱۰۰ عدد ۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و ... و $\frac{1}{100}$ را روی تخته سیاه نوشته‌ایم. می‌توان دو عدد دلخواه مانند a و b را پاک کرد و به جای آن‌ها اعداد $ab + a + b$ را نوشت. پس از ۹۹ بار انجام این عمل فقط یک عدد باقی می‌ماند. آن عدد چند است؟

- ۹۹ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱ (۴) ۵ (۵) نمی‌توان تعیین کرد.

۲۱. n نفر دور یک میز نشسته‌اند. نفر اول این امکان را دارد که با انتخاب عدد طبیعی a ، از نفر اول شروع به شمارش کرده و نفر a ام را اعدام کند و این کار آنقدر انجام دهد تا در نهایت یک نفر زنده بماند. به ازای چند مقدار n ، نفر اول با انتخاب مناسب مقدار a ، می‌تواند در انتها زنده بماند؟

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۴ بی‌شمار (۴) ۰ (۵)

۲۲. به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۸ را روی وجوه شکل زیر نوشت؟ (دو حالت که با چرخش به یکدیگر تبدیل می‌شوند را یکی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۲۰۱۶۰ (۲) ۶۷۲۰ (۳) ۱۶۸۰ (۴) ۳۳۶۰ (۵) هیچ‌کدام

۲۳. می‌خواهیم بین برخی از ارقام ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱ (۱۵ رقم ۱) علامت + را قرار دهیم به طوری که حاصل این عبارت مضربی از ۳۰ باشد. این علامت گذاری به چند طریق ممکن است؟

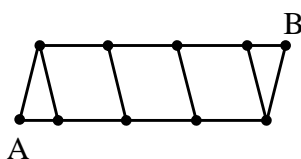
- (۱) ۲۰۰۲ (۲) ۱۰۰۱ (۳) ۳۰۰۳ (۴) ۸۱۹۲ (۵) ۱۶۳۸۴

۲۴. خروجی الگوریتم چیست؟

۱. S را برابر ۰ قرار بده
۲. برای i از ۰ تا ۶۳ انجام بده:
۳. برای j از ۰ تا ۶۳ انجام بده:
۴. به مقدار S، j XOR i را اضافه کن.
۵. باقیمانده S بر ۵ را چاپ کن.

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۲۵. در گراف زیر چند مسیر از A به B وجود دارد؟



- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴) ۲۱ (۵) ۳۴

۲۶. یک مربع 3×3 با ۹ خانه داریم. هر یک از این خانه‌ها را با دو رنگ سیاه و سفید به تصادف رنگ‌آمیزی کرده‌ایم. برای ساخت جدول دوم این جدول را ۹۰ درجه ساعتگرد می‌چرخانیم. از روی این دو جدول جدول ۳ در ۳ سوم را درست می‌کنیم به این صورت که یک خانه آن سیاه است اگر و تنها اگر در حداقل یکی از دو جدول قبلی سیاه باشد. به چه احتمالی تمامی خانه‌های جدول سوم سیاه است؟

- (۱) $\frac{49}{512}$ (۲) $\frac{7}{64}$ (۳) $\frac{121}{1024}$ (۴) $\frac{81}{512}$ (۵) $\frac{9}{32}$

۲۷. اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب روی دور یک دایره نوشته‌ایم. با شروع از عدد ۱ اگر روی یک عدد قرار داشته باشیم، آن را حذف می‌کنیم و از روی عدد بعدی می‌پریم و روی دو عدد جلوتر می‌رویم. یعنی ابتدا ۱، سپس عدد ۳، ۵، ... را حذف می‌کنیم. در انتها تنها یک عدد باقی می‌ماند آن عدد کدام است؟

۱۳ (۱) ۳۲ (۲) ۵۶ (۳) ۶۴ (۴) ۹۶ (۵)

۲۸. رأس‌های یک گراف کامل ۵ رأسی با اعداد ۰ تا ۴ شماره‌گذاری شده‌اند. وزن روی یال‌های بین رأس شماره u و رأس شماره v برابر $u \text{ XOR } v$ است. می‌خواهیم یک زیردرخت فراگیر از این گراف را انتخاب کنیم به طوری که مجموع وزن روی یال‌ها کمینه باشد. این مقدار کمینه چقدر است؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۲۲ (۵)

۲۹. رأس‌های یک گراف کامل ۱۰۲۴ رأسی با اعداد ۰ تا ۱۰۲۳ شماره‌گذاری شده‌اند. وزن روی یال‌های بین رأس شماره u و رأس شماره v برابر $u \text{ XOR } v$ است. می‌خواهیم یک زیردرخت فراگیر از این گراف را انتخاب کنیم به طوری که مجموع وزن روی یال‌ها کمینه باشد. باقیمانده این مقدار کمینه بر ۵ کدام است؟

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵)

۳۰. بیشینه تعداد مهره‌ای که هر طور در یک جدول ۱۱×۱۱ قرار دهیم به طوری که در بیشتر سطرها، بیشتر خانه‌ها خالی باشد چقدر است؟

۳۰ (۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۸۵ (۵)

چرک نویس:

چرک نویس:



باشگاه طلایی های ایران
IRAN'S GOLD WINNERS CLUB

طراحان آزمون

عباس ثروتی

امین انوری

نیما رهبر دوست

سید حسین موسوی

احسان گوهر شادی

سجاد انگوتی

سرگروه: عباس ثروتی - امین انوری

باشگاه طلایی های ایران

موفق ترین گروه آموزش المپیاد در کشور

کلیه حقوق این سوالات برای باشگاه طلایی های ایران محفوظ است.

<http://talayiha.ir>